∴ ব্যত্যুর্তির শেষ বেগ, $v = u + f(t+t_1)$ ——(i)

এখন, AC অংশে, $s = \left(\frac{u+v_1}{2}\right)t$

বা, $\frac{s}{t} = \frac{u+v_1}{2}$ ——(ii)

CB অংশে, $s_1 = \left(\frac{v_1+v}{2}\right)t_1$ বা, $\frac{s_1}{t_1} = \frac{v_1+v}{2}$ ——(iii)

(iii) − (ii) করে পাই, $\frac{s_1}{t_1} - \frac{s}{t} = \frac{v_1+v}{2} - \frac{u+v_1}{2}$

বা, $\frac{s_1}{t_1} - \frac{s}{t} = \frac{v-u}{2}$

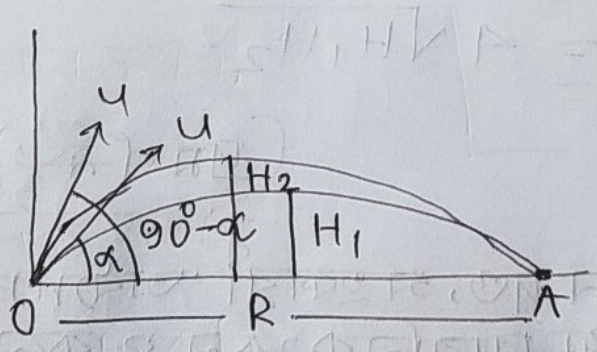
বা, $\frac{u+f(t+t_1)-u}{2} = \frac{s_1}{t_1} - \frac{s}{t}$ [(i) হতে]

বা, $f(t+t_1) = 2\left(\frac{s_1}{t_1} - \frac{s}{t}\right)$

বা, $f = \frac{2\left(\frac{s_1}{t_1} - \frac{s}{t}\right)}{t+t_1}$

(প্রমাণিত)

৩(গ) নং প্র. উত্তর



মনে করি, প্রক্ষেপকটির আদি প্রক্ষেপন বেগ u.

আমরা জানি, একই বেগে প্রক্ষিপ্ত বস্তুর আনুভূমিক পাল্লা একই হলে এরূপ দুটি ভিন্ন গতিপথের জন্য দুটি প্রক্ষেপণ কোণ α এবং $(90^\circ - \alpha)$ হবে।

$\therefore$ α কোণে প্রক্ষিপ্ত হলে সর্বাধিক উচ্চতা,

$$H_1 = \frac{u^2 \sin^2\alpha}{2g} \quad \text{বা,} \quad \sin^2\alpha = \frac{2gH_1}{u^2} \quad \text{——(i)}$$

এবং $(90^\circ - \alpha)$ কোণে প্রক্ষিপ্ত হলে সর্বাধিক উচ্চতা,

$$H_2 = \frac{u^2 \sin^2(90^\circ - \alpha)}{2g} \quad \text{বা,} \quad H_2 \cdot 2g = u^2 \cos^2\alpha$$

$$\text{বা,} \quad \cos^2\alpha = \frac{2gH_2}{u^2} \quad \text{——(ii)}$$

এখন, আনুভূমিক পাল্লা, $R = \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g}$

$$\text{বা,} \quad Rg = u^2 \cdot 2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\text{বা,} \quad R^2g^2 = 4u^4 \sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha$$

$$\text{বা,} \quad R^2g^2 = 4u^4 \cdot \frac{2gH_1}{u^2} \cdot \frac{2gH_2}{u^2} \quad [\text{(i) ও (ii) হতে}$$

$$\text{বা,} \quad R^2g^2 = 16g^2H_1H_2$$

$$\text{বা,} \quad R^2 = 16H_1H_2$$

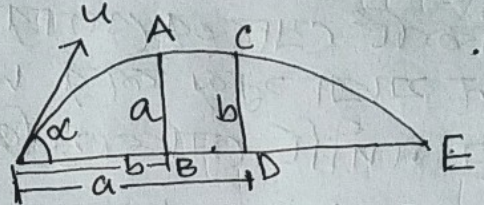
$$\therefore R = 4\sqrt{H_1H_2}$$

(প্রমাণিত)

বিধান দত্ত, সহকারী অধ্যাপক, গণিত
বেপজা পাবলিক স্কুল ও কলেজ চট্টগ্রাম।
জরুরি জিজ্ঞাসা: 01819526178.

০৪. দৃশ্যকল্প ০১: একটি নৌকা t সময়ে একটি নদী সোজাসুজি পাড়ি দিতে পারে এবং t_1 সময়ে স্রোতের অনুকূলে নদীর তীরের সমান দূরত্ব অতিক্রম করে। নৌকার বেগ u এবং স্রোতের বেগ v,

দৃশ্যকল্প ০২:



চিত্রে, প্রক্ষেপকটি ABCD দেওয়াল দুইটি কোনরূপ অতিক্রম করেছে। পাল্লা $OE = R$.

ক) উদ্দীপকের (২) $u = 40\,ms^{-1}$ এবং $\alpha = 60^\circ$ হলে সর্বাধিক উচ্চতা ও বিচরণ কাল নির্ণয় কর।

খ) দৃশ্যকল্প ০১ হতে দেখাও যে, $t : t_1 = \sqrt{u+v} : \sqrt{u-v}$

গ) দৃশ্যকল্প ০২ হতে পাল্লা R নির্ণয় কর।

সমাধান:

৪(ক) নং প্র. উত্তর

প্রক্ষেপকের বেগ, $u = 40\,ms^{-1}$ এবং প্রক্ষেপণ কোণ, $\alpha = 60^\circ$

আমরা জানি, সর্বাধিক উচ্চতা, $H = \frac{u^2 \sin^2\alpha}{2g}$

$$= \frac{(40)^2 \cdot (\sin 60)^2}{2 \times 9.8}\ m$$

$$= \frac{1600 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}{19.6}\ m$$

$$= \frac{1600 \times 3}{19.6 \times 4}\ m$$

$$= 61.22\ m.$$

আবার, বিচরণকাল,

$$T = \frac{2u \sin\alpha}{g}$$

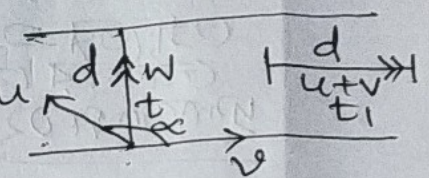
$$= \frac{2 \times 40 \times \sin 60^\circ}{9.8}$$

$$= \frac{2 \times 40 \times \sqrt{3}}{9.8 \times 2}\ sec = 7.07\ sec.$$

Ans. $H = 61.22\ m$, $T = 7.07\ sec.$

৪(খ) নং প্র. উত্তর

মনেকরি, নদীর প্রস্থ d.
দেওয়া আছে, নৌকার বেগ u এবং স্রোতের বেগ v.



ধরি, নৌকাটি স্রোতের বেগের সাথে α কোনে যাত্রা শুরু করে w লব্ধি বেগে t সময়ে নদীটি সোজাসুজি পাড় হয়।

$$\therefore d = wt = (\sqrt{u^2+v^2+2uv\cos\alpha})t \quad \text{——①}$$

এখন, স্রোতের বেগ v এর দিকে বেগগুলোর সমষ্টি নিয়ে পাই,

$$v\cos 0^\circ + u\cos\alpha = w\cos 90^\circ$$

বা, $v + u\cos\alpha = 0$

বা, $\cos\alpha = -\frac{v}{u}$

①নং হতে পাই, $d = \{\sqrt{u^2+v^2+2uv(-\frac{v}{u})}\}t$

বা, $d = (\sqrt{u^2+v^2-2v^2})t$

বা, $d = (\sqrt{u^2-v^2})t \quad \text{——②}$

আবার, স্রোতের অনুকূলে t_1 সময়ে d দূরত্ব পাড়ি দেয়

$\therefore d = (u+v)t_1 \quad \text{——③}$

বা, $(\sqrt{u^2-v^2})t = (u+v)t_1$ [②নং হতে]

বা, $\frac{t}{t_1} = \frac{u+v}{\sqrt{(u+v)(u-v)}}$

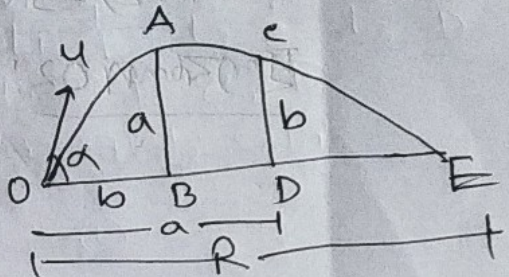
বা, $\frac{t}{t_1} = \frac{(\sqrt{u+v})^2}{\sqrt{u+v}\cdot\sqrt{u-v}}$

বা, $\frac{t}{t_1} = \frac{\sqrt{u+v}}{\sqrt{u-v}}$

$\therefore t : t_1 = \sqrt{u+v} : \sqrt{u-v}$ (প্রমাণিত)

৪(গ) নং প্র. উত্তর

উদ্দীপক অনুসারে পাই,
প্রক্ষেপন বেগ u এবং প্রক্ষেপন কোণ α ও আনুভূমিক পাল্লা R.



আমরা জানি, বায়ুশূন্য স্থানে প্রক্ষিপ্ত বস্তুর গতিপথের সমীকরণ,

$$y = x\left(1 - \frac{x}{R}\right)\tan\alpha$$

AB দেওয়ালের ক্ষেত্রে, $a = b\left(1 - \frac{b}{R}\right)\tan\alpha$ ——— (i)

CD " " , $b = a\left(1 - \frac{a}{R}\right)\tan\alpha$ ——— (ii)

{(i) ÷ (ii)} করে পাই,

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{a} \cdot \frac{1 - \frac{b}{R}}{1 - \frac{a}{R}}$$

বা, $\frac{a^2}{b^2} = \frac{1 - \frac{b}{R}}{1 - \frac{a}{R}}$

বা, $b^2 - \frac{b^3}{R} = a^2 - \frac{a^3}{R}$

বা, $\frac{a^3}{R} - \frac{b^3}{R} = a^2 - b^2$

বা, $\frac{1}{R}(a^3 - b^3) = a^2 - b^2$

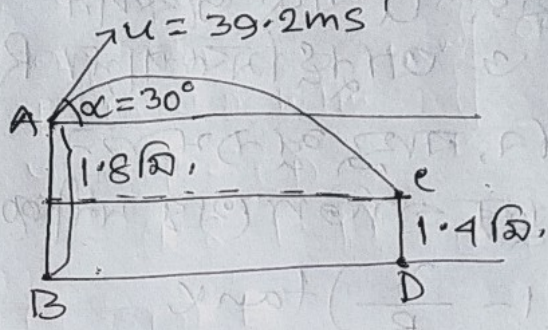
বা, $\frac{1}{R} = \frac{a^2 - b^2}{a^3 - b^3}$

বা, $R = \frac{(a-b)(a^2+ab+b^2)}{(a-b)(a+b)}$

$\therefore R = \frac{a^2+ab+b^2}{a+b}$ Ans.

৫. দৃশ্যকল্প ০১: সমত্বরণে চলমান একটি বস্তুকণার t_1, t_2, t_3 সময়ে গড়বেগ v_1, v_2, v_3.

দৃশ্যকল্প 02:



ক) সচরাচর সংকেত ব্যবহার করে, $v = u + ft$

খ) দৃশ্যকল্প ০১ হতে দেখাও যে, $\frac{v_1 - v_2}{v_2 - v_3} = \frac{t_1 + t_2}{t_2 + t_3}$

গ) দৃশ্যকল্প ০২ হতে BD এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান:

৫(ক) নং প্র. উত্তর

মনেকরি, u বেগে f সমত্বরণে সবলরেখায় গতিশীল কোন বস্তু t সময়ে s দূরত্ব অতিক্রম করে v বেগ প্রাপ্ত হয়।

∴ ক্যালকুলাসের নিয়মে, $f = \frac{dv}{dt}$

বা, $f\,dt = dv$

সমত্বচলকের সাপেক্ষে সমাকলন করে,

$\int dv = \int f\,dt$

বা, $v = ft + c$ ——①, c ধ্রুবক

যোগজীকরণ ধ্রুবক।

আদিতাবস্থায়, $t = 0$ হলে $v = u$

∴ ① নং হতে $u = c$

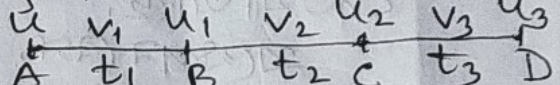
তাহলে, $v = ft + c$

বা, $v = u + ft$

প্রমাণিত

৫(খ) নং প্র. উত্তর

মনে করি, f সমত্বরণে চলমান বস্তুকণাটি A হতে u বেগে যাত্রা করে t_1, t_2, t_3 সময় পর যথাক্রমে B, C, D অবস্থানে পৌঁছে u_1, u_2, u_3 বেগ লাভ করে।



AB অংশে, $u_1 = u + ft_1$ ——— (i)

এবং গড়বেগ, $v_1 = \frac{u+u_1}{2}$ ——— (ii)

BC অংশে, $u_2 = u_1 + ft_2$ ——— (iii)

বা, $u_2 \neq$ এবং গড়বেগ, $v_2 = \frac{u_1+u_2}{2}$ ——— (iv)

CD অংশে, $u_3 = u_2 + ft_3$ ——— (v)

এবং $v_3 = \frac{u_2+u_3}{2}$ ——— (vi)

$\therefore$ বামপক্ষ $= \frac{v_1 - v_2}{v_2 - v_3}$

$= \frac{\frac{u+u_1}{2} - \frac{u_1+u_2}{2}}{\frac{u_1+u_2}{2} - \frac{u_2+u_3}{2}}$ (সরলকরে)

$= \frac{u+u_1-u_1-u_2}{u_1+u_2-u_2-u_3}$

$= \frac{u-u_2}{u_1-u_3}$

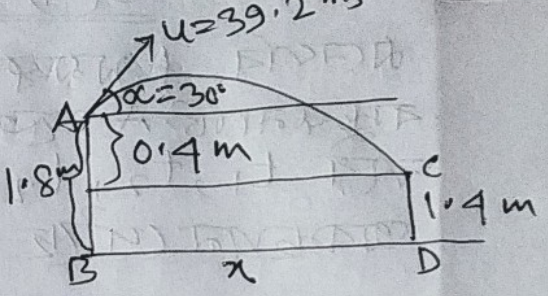
$= \frac{u-u_1-ft_2}{(u+ft_1)-u_2-ft_3}$ [(i), (iii), (v) হতে]

$= \frac{u-u-ft_1-ft_2}{u_1+ft_2-u_1-ft_2-ft_3} = \frac{-ft_1-ft_2}{-ft_2-ft_3}$

$= \frac{t_1+t_2}{t_2+t_3}$ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

BEPZA Public School and College,
CEPZ, CHATTOGRAM.

৫(গ) নং প্র. উত্তর



দেওয়া আছে,
প্রক্ষেপন বেগ, $u = 39.2\ ms^{-1}$
" কোণ, $\alpha = 30°$
$AB = 1.8\ m$, $CD = 1.4\ m$
∴ উলম্ব সরণ, $y = AB - CD$
$= (1.8 - 1.4) = 0.4\ m$

মনে করি, বিচরণ কাল t

∴ আমরা জানি, উলম্ব সরণ, $y = -(u\sin\alpha)t + \frac{1}{2}gt^2$

বা, $0.4 = -39.2\sin30° \cdot t + \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2$

বা, $0.4 = -39.2 \times \frac{1}{2}t + 4.9t^2$

বা, $4.9t^2 - 19.6t - 0.4 = 0$

বা, $49t^2 - 196t - 4 = 0$ [10 দ্বারা গুণ করে]

$$\therefore t = \frac{-(-196) \pm \sqrt{(-196)^2 - 4(49)(-4)}}{2 \times 49}$$

$$= \frac{196 \pm \sqrt{39200}}{98}$$

$$= \frac{196 \pm 197.99}{98}$$

$$= \frac{196 \pm 197.99}{98}, \quad \frac{196 - 197.99}{98}$$ [ঋণাত্মক বলে গ্রহণযোগ্য নয়]

$= 4.02$ Sec.

∴ আনুভূমিক সরণ, $BD = (u\cos\alpha)t$

$= (39.2 \times \cos30° \times 4.02)\ m$

$= 136.47\ m.$

Ans. 136.47 m.