বেগজা পাবলিক স্কুল ও কলেজ সিইপিজেড. [০৭]

উচ্চতর গনিত ২য় পত্র

অধ্যায় : ৯ম (সমতলে বস্তুকণার গতি)

শ্রেণিপাঠ পরিকল্পনা ০৮ অনুযায়ী সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান ✍

উপস্থাপনায় : বিধান দত্ত, সহকারী অধ্যাপক, গনিত ✍

প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি :

১. কোন বিন্দুতে α কোণে ক্রিয়াশীল u ও v বেগের, লব্ধি বেগ, $w = \sqrt{u^2+v^2+2uv\cos\alpha}$, এবং লব্ধির দিক θ হলে, $\tan\theta = \frac{v\sin\alpha}{u+v\cos\alpha}$.

২. বৃহত্তম লব্ধি, $w_{max} = u+v$, ক্ষুদ্রতম লব্ধি, $w_{min} = u-v$, [$u>v$]

৩. w বেগের আনুভূমিক লম্বাংশ = $w\cos\theta$ [OX বরাবর]
উলম্ব " = $w\sin\theta$ [OY "]

৪. দুইটি সদৃশ সমান্তরাল রেখা বরাবর ক্রিয়াশীল কণার ক্ষেত্রে, B বস্তুর সাপেক্ষে A বস্তুর আপেক্ষিক বেগ, $V_{AB} = V_A - V_B$

৫. দুইটি অসদৃশ অসমান্তরাল রেখা বরাবর ক্রিয়াশীল কণার ক্ষেত্রে, B বস্তুর সাপেক্ষে A বস্তুর আপেক্ষিক বেগ, $V_{AB} = \sqrt{V_A^2+V_B^2-2V_AV_B\cos\alpha}$ [α = কোণ]

এবং V_{AB} এর দিক, $\theta = \tan^{-1}\frac{V_B\sin\alpha}{V_A-V_B\cos\alpha}$.

৬. সমত্বরণে চলন্ত কণার গতির সমীকরন সম্পর্ক :

(i) $V = u+ft$ (ii) $V^2 = u^2+2fs$

(iii) $s = ut+\frac{1}{2}ft^2$ (iv) $s_t = u+\frac{1}{2}f(2t-1)$.

(v) $s = \left(\frac{u+v}{2}\right)t$

৭. u বেগে α কোনে প্রক্ষিপ্ত বস্তুর ক্ষেত্রে, (প্রমান)

(i) t সময়ে অনুভূমিক সরন, $x = (u\cos\alpha)t$

(ii) t " উলম্ব " $y = (u\sin\alpha)t - \frac{1}{2}gt^2$

(iii) $H = \frac{u^2\sin^2\alpha}{2g}$, (iv) $R = \frac{u^2\sin2\alpha}{g}$ (v) $t = \frac{u\sin\alpha}{g}$

(vi) $T = \frac{2u\sin\alpha}{g}$,

---

০৯. দৃশ্যকল্প-০১: সমত্বরনে চলমান একটি কনা পরপর P, Q, R সময়ে যথাক্রমে সমান তিনটি ক্রমিক দূরত্ব অতিক্রম করে।

দৃশ্যকল্প-০২: একটি উড়ালের চূড়া হতে একখন্ড পাথর x মিটার নিচে নামার পর অপর খন্ড পাথর চূড়ার y মিটার নিচ হতে ফেলে দেয়া হল। উভয়েই স্থিরাবস্থা হতে পড়ে এবং একই সাথে ভূমিতে পতিত হয়।

ক) স্থিরাবস্থা থেকে $4ms^{-2}$ সমত্বরনে চলমান একটি বস্তু ৫ম সেকেন্ডে কত দূরত্ব অতিক্রম করবে?

খ) দৃশ্যকল্প ০১ হতে প্রমান কর, $\frac{1}{P}+\frac{1}{Q}+\frac{1}{R}=\frac{3}{P+Q+R}$

গ) দৃশ্যকল্প ০২ হতে প্রমান করে, উড়ালের উচ্চতা $\frac{(x+y)^2}{4x}$ মি.

সমাধান: ৯(ক) নং প্রশ্নের উত্তর

দেওয়া আছে, আদিবেগ, $u=0$

ত্বরন, $f=4ms^{-2}$

সময়, $t=5$ তম

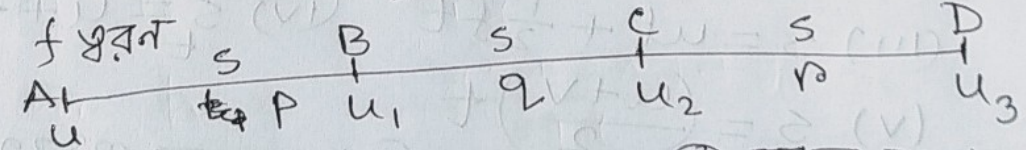
আমরা জানি, $S_t = u+\frac{1}{2}f(2t-1)$

$\therefore S_5 = 0+\frac{1}{2}\times 4\times(10-1)\,m$

$= 18\,m.$

Ans. 18m.

৯(খ) নং উত্তর



মনেকরি, f সমত্বরনে চলমান একটি বস্তুকনা u বেগে A হতে যাত্রা শুরু করে পরপর P, Q, R সময়ে যথাক্রমে সমান সমান ক্রমিক দূরত্ব S অতিক্রম করে B, C, D অবস্থানে u_1, u_2, u_3 বেগ অর্জন করে।

AB অংশে, $s = \left(\frac{u+u_1}{2}\right)p$ বা, $\frac{s}{p} = \frac{u+u_1}{2}$ —— (i)

BC অংশে, $s = \left(\frac{u_1+u_2}{2}\right)q$ বা, $\frac{s}{q} = \frac{u_1+u_2}{2}$ —— (ii)

CD অংশে, $s = \left(\frac{u_2+u_3}{2}\right)r$ বা $\frac{s}{r} = \frac{u_2+u_3}{2}$ —— (iii)

আবার, AD অংশে, $3s = \left(\frac{u+u_3}{2}\right)(p+q+r)$

বা, $\frac{3s}{p+q+r} = \frac{u+u_3}{2}$ —— (iv)

এখন, {(i) − (ii) + (iii)} করে পাই,

$$\frac{s}{p} - \frac{s}{q} + \frac{s}{r} = \frac{u+u_1}{2} - \frac{u_1+u_2}{2} + \frac{u_2+u_3}{2}$$

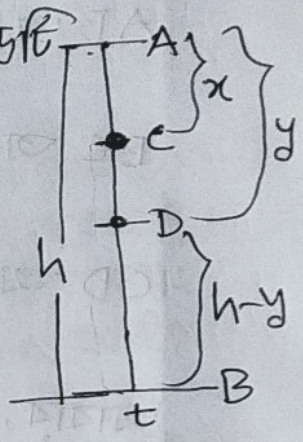
বা, $s\left(\frac{1}{p} - \frac{1}{q} + \frac{1}{r}\right) = \frac{u+u_1-u_1-u_2+u_2+u_3}{2}$

বা, $s\left(\frac{1}{p} - \frac{1}{q} + \frac{1}{r}\right) = \frac{u+u_3}{2}$

বা, $s\left(\frac{1}{p} - \frac{1}{q} + \frac{1}{r}\right) = \frac{3s}{p+q+r}$ [(iv) নং হতে]

$\therefore \frac{1}{p} - \frac{1}{q} + \frac{1}{r} = \frac{3}{p+q+r}$ (প্রমাণিত)

২(গ) নং প্র. উত্তর



মনেকরি, টাওয়ারের চূড়া A হতে প্রথম পাথর খন্ডটি C বিন্দুতে পৌঁছলে A বিন্দু হতে y মি. নিচে D বিন্দু হতে ২য় পাথর খন্ডটি ফেলা হলো।

তাহলে, $AB = h$ = টাওয়ারের উচ্চতা,

$AC = x$, $AD = y$, $BD = h - y$

C বিন্দুতে প্রথম পাথর খন্ডের বেগ v হলে,

$v^2 = 0 + 2gx \quad \therefore v^2 = 2gx$ —— (i)

ধরি, ২য় পাথর খন্ডটি ফেলার t সময় পরে উভয় পাথর খন্ড একই সাথে ভূমিতে পড়ে।

t সময়ে প্রথম পাথর খন্ডের ক্ষেত্রে, $h - x = vt + \frac{1}{2}gt^2$ —— (ii)

t " ২য় " " " " $h - y = 0 + \frac{1}{2}gt^2$ —— (iii)

(ii) − (iii) করে, $h - x - h + y = vt$

বা, $y - x = vt$

বা, $t = \frac{y-x}{v}$

(iii) নং এ মান বসিয়ে,

$h - y = \frac{1}{2}g \cdot \frac{(y-x)^2}{v^2}$

বা, $h = y + \frac{1}{2}g \cdot \frac{(y-x)^2}{2gx}$

বা, $h = y + \frac{(y-x)^2}{4x}$

বা, $h = \frac{4xy + y^2 - 2xy + x^2}{4x}$

বা, $h = \frac{x^2 + 2xy + y^2}{4x}$

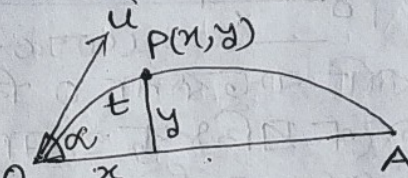
$\therefore h = \frac{(x+y)^2}{4x}$

$\therefore$ টাওয়ারের উচ্চতা $= \frac{(x+y)^2}{4x}$ (প্রমাণিত)

Bidhan Dutta, Assistant Professor.
BEPZA Public School and College
For Query: 01819326178

02. দৃশ্যকল্প ০১: একখানা রেলগাড়ি একস্টেশন থেকে ছেড়ে অন্যস্টেশনে থামে। গাড়িটি তার গতিপথের ১ম $\frac{1}{2}$ অংশ সমত্বরণে, শেষ $\frac{1}{3}$ অংশ সমমন্দনে এবং অবশিষ্ট অংশ সমবেগে চলে।

দৃশ্যকল্প ০২:



ক) একটি প্রক্ষেপকের আদিবেগ $11.32 ms^{-1}$ এবং প্রক্ষেপনকোণ α হলে সর্বাধিক উচ্চতা নির্ণয় কর।

খ) দৃশ্যকল্প ০২ অনুসারে দেখাও যে, P বিন্দুর সঞ্চারপথ একটি পরাবৃত্ত।

গ) দৃশ্যকল্প ০১ অনুসারে সর্বোচ্চ বেগ ও গড়বেগের অনুপাত নির্ণয় কর।

সমাধান:

2(ক) নং প্র. উত্তর

দেওয়া আছে, প্রক্ষেপকের আদিবেগ, $u = 11.32 ms^{-1}$

,, প্রক্ষেপণকোণ, $\alpha = 60°$

আমরা জানি, সর্বাধিক উচ্চতা, $H = \frac{u^2 \sin^2\alpha}{2g}$

বা, $H = \frac{(11.32)^2 \cdot (\sin 60°)^2}{2 \times 9.8}$ m.

বা, $H = \frac{(11.32)^2 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}{19.6}$ m

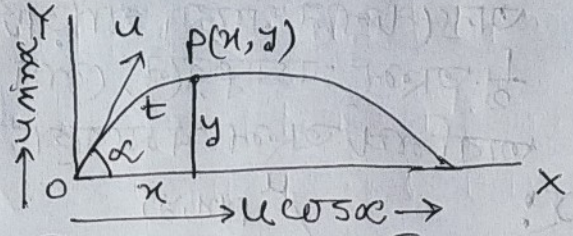
বা, $H = \frac{(11.32)^2 \times 3}{19.6 \times 4}$ m

$\therefore H = 4.9$ m

Ans. 4.9m.

বিধান দত্ত, সহকারী অধ্যাপক, গণিত

২(খ) নং প্রশ্নের উত্তর



মনেকরি, একটি বস্তুকনা O বিন্দু হতে u বেগে আনুভূমিকের সাথে α কোণে প্রক্ষিপ্ত হলো। t সময় পর বস্তুটির গতিপথের P(x,y) বিন্দুতে পৌঁছে। আনুভূমিক বরাবর এর বেগের উপাংশ $u\cos\alpha$ এবং উলম্ব (OY) বরাবর বেগের উপাংশ $u\sin\alpha$, আনুভূমিক দিকে অভিকর্ষের ত্বরন শূন্য।

$\therefore$ t সময়ে আনুভূমিক দূরত্ব, $x = (u\cos\alpha)t$

বা, $t = \frac{x}{u\cos\alpha}$ — ①

এবং উলম্ব দূরত্ব, $y = (u\sin\alpha)t - \frac{1}{2}gt^2$

বা, $y = u\sin\alpha \cdot \frac{x}{u\cos\alpha} - \frac{1}{2}g \cdot \frac{x^2}{u^2\cos^2\alpha}$

বা, $y = x\tan\alpha - \frac{g}{2u^2\cos^2\alpha} \cdot x^2$

ধরি, $a = \tan\alpha$ এবং $b = -\frac{g}{2u^2\cos^2\alpha}$

$\therefore$ $y = ax + bx^2$, যা একটি

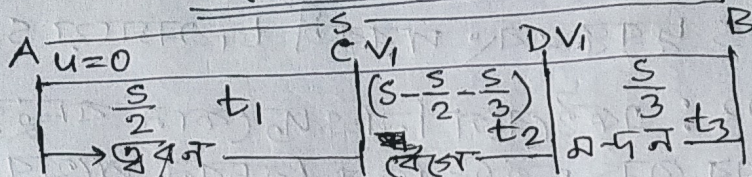
পরাবৃত্ত (প্যারাবোলা) নির্দেশ করে।

$\therefore$ বায়ুশূন্যস্থানে P(x,y) বিন্দুর সঞ্চার পথ একটি পরাবৃত্ত।

(প্রমাণিত)

বোদ্দা পাবলিক স্কুল ও কলেজ চট্টগ্রাম

২(গ) নং প্র. উত্তর



মনেকরি, স্টেশন দু'টির দূরত্ব S, A স্টেশন হতে গাড়ীখানা $u=0$ বেগে f সমত্বরনে যাত্রা শুরু করে গতিপথের C অবস্থানে পৌঁছে V_1 সর্বোচ্চবেগ অর্জন করে। V_1 বেগে t_2 স. D অবস্থানে এবং f_1 সমমন্দনে t_3 সময়ে B স্টেশনে পৌঁছে বেগ শূন্য হয়।

এখানে, $AB = S$, $AC = \frac{S}{2}$, $DB = \frac{S}{3}$, $CD = S - \frac{S}{2} - \frac{S}{3} = \frac{S}{6}$

এবং সর্বোচ্চবেগ V_1 ও গড়বেগ, $\bar{V} = \frac{S}{t_1+t_2+t_3}$

$\therefore$ AC অংশে, $\frac{S}{2} = \left(\frac{0+V_1}{2}\right)t_1$ বা, $\frac{S}{2} = \frac{V_1 t_1}{2}$ —— (i)

CD অংশে, $\frac{S}{6} = V_1 t_2$ বা, $\frac{S}{12} = \frac{V_1 t_2}{2}$ —— (ii)

DB অংশে, $\frac{S}{3} = \left(\frac{V_1+0}{2}\right)t_3$ বা, $\frac{S}{3} = \frac{V_1 t_3}{2}$ —— (iii)

(i) + (iii) + (ii) করে পাই,

$$\frac{S}{2} + \frac{S}{3} + \frac{S}{12} = \frac{V_1 t_1}{2} + \frac{V_1 t_3}{2} + \frac{V_1 t_2}{2}$$

বা, $\frac{3S+2S+S}{6} = \frac{V_1}{2}(t_1+t_2+t_3)$

বা, $\frac{6S+4S+S}{12} = \frac{V_1(t_1+t_2+t_3)}{2}$

বা, $\frac{11S}{12} \times 2 = V_1(t_1+t_2+t_3)$

বা, $V_1(t_1+t_2+t_3) = \frac{11}{6}S$ $\left[\bar{V} = \frac{\text{মোট দূরত্ব}}{\text{মোট সময়}}\right]$

বা, $V_1 = \frac{11}{6} \cdot \frac{S}{t_1+t_2+t_3}$

বা, $V_1 = \frac{11}{6} \cdot \bar{V}$ বা, $V_1 : \bar{V} = 11 : 6$ Ans.

০৩. দৃশ্যকল্প ০১: f সমত্বরণে চলন্ত কোন কণা t সময়ে s দূরত্ব এবং পরবর্তী t_1 সময়ে s_1 দূরত্ব অতিক্রম করে।

দৃশ্যকল্প ০২: একই বেগে নিক্ষিপ্ত কোন বস্তুর একই আনুভূমিক পাল্লা R এর জন্য দুইটি ভিন্ন বিচরন পথের সর্বোচ্চ উচ্চতা H_1 ও H_2 হয়।

ক) $19.6\ ms^{-1}$ বেগে প্রক্ষিপ্ত একটি পাথর খাড়া উপরে নিক্ষেপ করা হলে কতক্ষন পর ভূমিতে পরবে?

খ) দৃশ্যকল্প ০১ হতে প্রমান কর, $f = 2\left(\frac{s_1}{t_1} - \frac{s}{t}\right) \div (t+t_1)$

গ) দৃশ্যকল্প ০২ হতে দেখাও যে, $R = 4\sqrt{H_1 H_2}$

সমাধান:

৩(ক) নং প্র. উত্তর

দেওয়া আছে, বেগ, $u = 19.6\ ms^{-1}$

অভি. ত্বরন, $g = 9.8\ ms^{-2}$

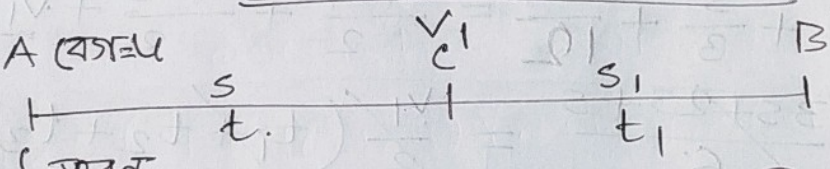
$\therefore$ পাথরটি ফিরে আসার সময়, $T = \frac{2u}{g}$

$= \frac{2 \times 19.6}{9.8}$ sec.

$= 4$ sec.

Ans. 4 sec.

৩(খ) নং প্র. উত্তর



মনেকরি, f সমত্বরনে চলমান কনাটির আদিবেগ u, বস্তুটি t সময়ে s দূরত্ব অতিক্রম করে C অবস্থানে পৌঁছে V_1 বেগ অর্জন করে। আবার t_1 সময়ে s_1 দূরত্ব অতিক্রম করে B অবস্থানে পৌঁছে V বেগ অর্জন করে।

তাহলে, মোট দূরত্ব $= s + s_1$

এবং মোট সময় $= t + t_1$