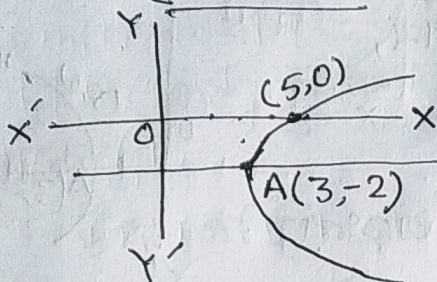
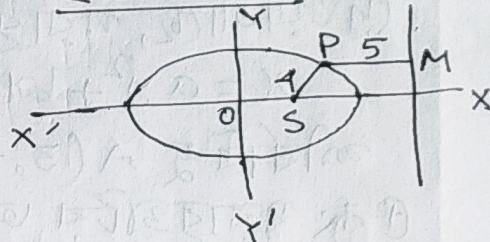


দ্র ০৩.

দৃশ্যকল্প-১



দৃশ্যকল্প-২



- ক) $x^2 - 3y^2 - 2x = 8$ অধিবৃত্তের অক্ষদুইটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।
 খ) দৃশ্যকল্প-১ এ বর্ণিত দণ্ডাবৃত্তের সমীকরণ $x = ay^2 + bx + c$ হলে a, b, c এর মান নির্ণয় কর।
 গ) দৃশ্যকল্প-২ এ বর্ণিত উপবৃত্তটি $(\frac{10}{3}, \sqrt{5})$ বিন্দুগামী হলে, উপবৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

সমাধান:

৩(ক) নং উত্তর

দেওয়া আছে, অধিবৃত্তের সমীকরণ, $x^2 - 3y^2 - 2x = 8$

$$\text{বা, } x^2 - 2x + 1 - 3y^2 = 8 + 1$$

$$\text{বা, } (x-1)^2 - 3y^2 = 9$$

$$\text{বা, } \frac{(x-1)^2}{9} - \frac{3y^2}{9} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{(x-1)^2}{3^2} - \frac{y^2}{(\sqrt{3})^2} = 1, \text{ ইহাকে}$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,}$$

$$a = 3, b = \sqrt{3} \text{ এবং আড়া অক্ষ } x \text{ অক্ষের দৈর্ঘ্য,}$$

এখন ~~এই~~ অক্ষের দৈর্ঘ্য নির্ণয়:

$$(i) \text{ আড়া অক্ষের দৈর্ঘ্য} = 2a \\ = 6 \text{ একক}$$

$$(ii) \text{ অনুবর্তী অক্ষের দৈর্ঘ্য} = 2b \\ = 2\sqrt{3} \text{ একক}$$

Ans. 6 একক এবং $2\sqrt{3}$ একক.

দ্র বিধান দও, সহকারী অধ্যাপক, গণিত
 বেদজা দাবালিক স্কুল ও কলেজ চট্টগ্রাম.

৩(খ) নং প্র. উত্তর

দেওয়া আছে, পরাবৃত্তের সমীকরণ,

$$x = ay^2 + by + c \quad \text{--- (i)}$$

লীম্ববিন্দু $A(3, -2)$.

৩ নং পরাবৃত্তটির অক্ষরেখা x অক্ষের সমান্তরাল।

মনে করি, অক্ষরেখা x অক্ষের সমান্তরাল এবং $A(3, -2)$

লীম্ববিন্দু বিলম্ব পরাবৃত্তের সমীকরণ,

$$(y+2)^2 = 4P(x-3) \quad \text{--- (ii)} \quad [:(y-y_1)^2 = 4a(x-x_1)]$$

অর্থাৎ ইহা $(5, 0)$ বিন্দুগামী।

$$(0+2)^2 = 4P(5-3) \quad \text{বা, } 4 = 8P \quad \text{বা, } P = \frac{1}{2}$$

১১ নং P এর মান বসিয়ে পাই,

$$(y+2)^2 = 4 \cdot \frac{1}{2} (x-3)$$

$$\text{বা, } y^2 + 4y + 4 = 2x - 6$$

$$\text{বা, } 2x = y^2 + 4y + 10$$

$$\therefore x = \frac{1}{2}y^2 + 2y + 5$$

ইহাকে ৩ নং পরাবৃত্তের সাথে তুলনা করলে,

$$a = \frac{1}{2}, \quad b = 2, \quad c = 5$$

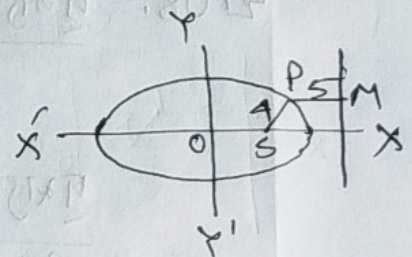
$$\text{Ans. } a = \frac{1}{2}, \quad b = 2, \quad c = 5$$

প্র বিধান দ্রষ্টব্য

সহকারী অধ্যাপক, গণিত

জরুরি জিজ্ঞাসা : ০১৪১৭-৩২৬১৭৪

উদ্দীপকে বর্ণিত উপবৃত্তটির অক্ষদ্বয়
স্থানাঙ্কের অক্ষের উপর অবস্থিত এবং
মানকরি, বৃহৎ অক্ষ x অক্ষ বরাবর।



উপবৃত্তটির সমীকরণ,

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{--- ① যেখানে } a > b$$

ইহা $(\frac{10}{3}, \sqrt{5})$ বিন্দুগামী ① নং হতে পাঠ,

$$\frac{(\frac{10}{3})^2}{a^2} + \frac{(\sqrt{5})^2}{b^2} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{100}{9a^2} + \frac{5}{b^2} = 1 \quad \text{--- ②}$$

আবার, উদ্দীপকের চিত্র হতে পাঠ,

$$SP : PM = 4 : 5$$

$$\text{বা, } \frac{SP}{PM} = \frac{4}{5}$$

$$\text{বা, } e = \frac{4}{5} \quad [\because SP = e PM]$$

$$\text{বা, } \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \frac{4}{5}$$

$$\text{বা, } 1 - \frac{b^2}{a^2} = \frac{16}{25} \quad \text{বা, } \frac{b^2}{a^2} = \frac{9}{25}$$

$$\text{বা, } b^2 = \frac{9a^2}{25} \quad \text{--- ③}$$

$$\text{① নং হতে পাঠ, } \frac{100}{9a^2} + \frac{5 \cdot 25}{9a^2} = 1$$

$$\text{বা, } 100 + 125 = 9a^2 \quad \text{বা, } a^2 = \frac{225}{9} \therefore a^2 = 25$$

$$\text{③ নং এ মান বসিয়ে, } b^2 = \frac{9 \cdot 25}{25} = 9$$

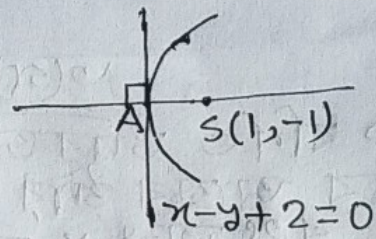
① নং এ a^2 ও b^2 এর মান বসিয়ে পাঠ,

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1, \text{ ইহা উপবৃত্তের সমীকরণ।}$$

বেঙ্গাল পারসিয়ান স্কুল ও কলেজ-চট্টগ্রাম
বিদ্যালয় দপ্তর, মহকুমারী অফিসপত্র.
০১৪৭৩২৬৭৪৪

Am.

৩০৪. দৃশ্যকল্প-২:



- দৃশ্যকল্প-২: $6x^2 + 4y^2 - 36x - 4y + 43 = 0$ একটি কণিক,
 ক) $9x^2 - 7y^2 + 63 = 0$ অবস্থিতের উপকেন্দ্র নির্ণয় কর,
 খ) দৃশ্যকল্প-২ এ বর্ণিত পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর,
 গ) দৃশ্যকল্প-২ এ বর্ণিত কণিকের বক্রতা নির্ণয় কর,
 উপকেন্দ্রিক নক্ষ ও নিয়ামকের সমীকরণ নির্ণয় কর,

সমাধান: ৪(ক) নং উত্তর

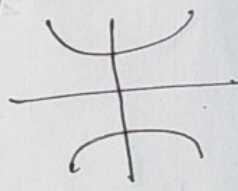
এদণ্ড অবস্থিতের সমীকরণ, $9x^2 - 7y^2 + 63 = 0$

বা, $9x^2 - 7y^2 = -63$

বা, $-\frac{9x^2}{63} + \frac{7y^2}{63} = 1$

বা, $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{7} = 1$

বা, $\frac{y^2}{3^2} - \frac{x^2}{(\sqrt{7})^2} = 1$



এখানে $\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$ সমীকরণের মাথে
 তুলনা করে পাই, $b=3$, $a=\sqrt{7}$ এবং অবস্থিতের
 আড়া আড়া $\frac{b}{a}$ অর্থাৎ $\frac{3}{\sqrt{7}}$ বরাবর অবস্থিত,

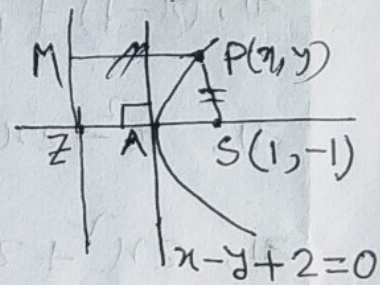
$\therefore$ উপকেন্দ্রিকতা, $e = \sqrt{1 + \frac{a^2}{b^2}} = \sqrt{1 + \frac{7}{9}}$
 $= \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3}$

$\therefore$ উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(0, \pm be) = (0, \pm 3 \cdot \frac{4}{3})$
 $= (0, \pm 4)$

Ans. $(0, \pm 4)$

৪(খ) নং প্র. উত্তর

উদ্দীপক হতে পাঠ, উদাহরণে
স্থানাঙ্ক $S(1, -1)$ এবং মধ্য A
বিন্দুতে অক্ষের উপর সম্বন্ধে



মমীকরণ, $x - y + 2 = 0$ — (i)

মনে করে, অক্ষের মমীকরণ, $x + y + K = 0$ — (ii)

ইহা $S(1, -1)$ বিন্দুগামী,

$\therefore 1 - 1 + K = 0$ বা, $K = 0$.

$\therefore$ অক্ষের মমীকরণ, $x + y = 0$ — (iii)

(i) + (iii) করে, $2x + 2 = 0$ বা, $x = -1$

(iii) হতে, $y = -x = 1$.

$\therefore$ A বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(-1, 1)$.

ধরি, অক্ষ ও নিয়ামকের ছেদবিন্দু $Z(\alpha, \beta)$,

$\therefore$ A, ZS এর মধ্যবিন্দু,

$$\therefore -1 = \frac{\alpha + 1}{2} \quad \left| \quad 1 = \frac{\beta - 1}{2} \right.$$

$$\text{বা, } -2 = \alpha + 1 \quad \left| \quad \text{বা, } \beta - 1 = 2 \right.$$

$$\therefore \alpha = -3 \quad \left| \quad \therefore \beta = 3 \right.$$

$\therefore Z(-3, 3)$

মনে করে, (i) নং এর সমান্তরাল নিয়ামকের মমীকরণ,

$x - y + K = 0$, যা $Z(-3, 3)$ বিন্দুগামী,

$\therefore -3 - 3 + K = 0$ বা $K = 6$.

$\therefore$ নিয়ামকের মমীকরণ, $x - y + 6 = 0$

এখন, দণ্ডকোণের উপরস্থ কোণের বিন্দু $P(x, y)$ হলে,

সম্ভাব্যতামূলক, $SP = PM$

বা, $\sqrt{(x-1)^2 + (y+1)^2} = \frac{|x-y+6|}{\sqrt{1+1}}$

$$\text{সি, } (x-1)^2 + (y+1)^2 = \frac{(x-y+6)^2}{2}$$

$$\text{সি; } x^2 - 2x + 1 + y^2 + 2y + 1 = \frac{x^2 + y^2 + 36 - 2xy - 12y + 12x}{2}$$

$$\text{সি, } 2x^2 + 2y^2 - 4x + 4y + 4 - x^2 - y^2 - 36 + 2xy + 12y - 12x = 0$$

$$\therefore x^2 + 2xy + y^2 - 16x + 16y - 32 = 0 \quad \underline{\underline{\text{Ans.}}}$$

৪(গ) নং প্র. উত্তর

$$\text{দৃশ্যকম্প-২ হতে পাঠ, } 6x^2 + 4y^2 - 36x - 4y + 43 = 0.$$

ইহাকে $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ সমীকরণের মাথে তুলনা করে পাঠ, $a=6, h=0, b=4$

$$\therefore ab - h^2 = 6 \cdot 4 - 0 = 24 > 0.$$

$\therefore$ প্রদত্ত সমীকরণটি একটি উপবৃত্ত নির্দেশ করে,

$$6x^2 - 36x + 4y^2 - 4y = -43$$

$$\text{সি, } 6(x^2 - 6x) + 4(y^2 - y) = -43$$

$$\text{সি, } 6(x^2 - 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2) + 4(y^2 - 2 \cdot y \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4}) = -43 + 54 + 1$$

$$\text{সি, } 6(x-3)^2 + 4(y-\frac{1}{2})^2 = 12$$

$$\text{সি, } \frac{(x-3)^2}{2} + \frac{(y-\frac{1}{2})^2}{3} = 1 \quad \text{সি, } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\text{যেখানে, } x = x-3, y = y-\frac{1}{2}, a = \sqrt{2}, b = \sqrt{3}, b > a$$

(i) উৎকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ, $Y = \pm be$

$$\text{সি, } y - \frac{1}{2} = \pm \sqrt{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{সি, } y - \frac{1}{2} = \pm 1$$

$$\text{সি, } 2y - 1 = \pm 2, \therefore \boxed{2y - 3 = 0} \text{ (+) দিবে}$$

$$\text{এবং } \boxed{2y + 1 = 0} \text{ (-) দিবে}$$

(ii) নিয়ামক সমীকরণ, $Y = \pm \frac{b}{e}$

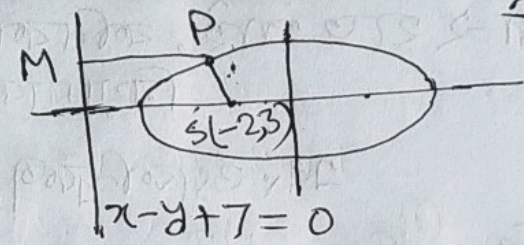
$$\text{সি, } y - \frac{1}{2} = \pm 3 \quad \text{সি, } 2y - 1 = \pm 6, \therefore \boxed{2y - 7 = 0} \text{ (+) দিবে}$$

$$\boxed{2y + 5 = 0} \text{ (-) দিবে} \quad \underline{\underline{\text{Ans.}}}$$

$$\begin{aligned} e &= \sqrt{1 - \frac{a^2}{b^2}} \\ &= \sqrt{1 - \frac{2}{3}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

০৬. দৃশ্যকল্প-১: একটি কনিকের উপকেন্দ্র $(0, \pm 4)$ এবং উৎকেন্দ্রিকতা $\frac{4}{3}$ এবং অক্ষের দৈর্ঘ্য ১৬।

দৃশ্যকল্প-২:

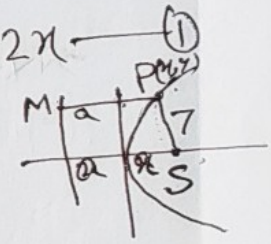


- ক) $y^2 = 12x$ পরাবৃত্তের কোনবিন্দুর উপকেন্দ্রিক দূরত্ব ৭ হলে বিন্দুটির স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।
- খ) দৃশ্যকল্প-২ এ বর্ণিত উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা $\frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে সমীকরণ নির্ণয় কর।
- গ) দৃশ্যকল্প-২ বর্ণিত কনিকের প্রকৃতি বর্ণনা করে এবং অসীমতট রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

সমাধান:

উ(ক) নং প্র. উত্তর

দেওয়া আছে, পরাবৃত্তের সমীকরণ, $y^2 = 12x$ — (১)
 পরাবৃত্তটিকে $y^2 = 4ax$ এর সাথে
 তুলনা করে পাই, $4a = 12$
 $\therefore a = 3$



এরি, পরাবৃত্তের উপরস্থ বিন্দু $P(x, y)$ এর উপকেন্দ্র S

অতএবে, $SP = 7$
 বা, $PM = 7$ [$\because SP = PM$]
 বা, $a + x = 7$
 বা, $3 + x = 7$
 বা, $x = 4$

১ নং এ $x = 4$ বসিয়ে পাই,

$y^2 = 12 \cdot 4$
 বা, $y^2 = 48$
 বা, $y = \pm 4\sqrt{3}$

$\therefore$ বিন্দুটির স্থানাঙ্ক $(4, \pm 4\sqrt{3})$ Ans.

BIDHAN DUTTA.
 Assistant Professor.
 01819326178.

৩(৫) নং প্র. উত্তর

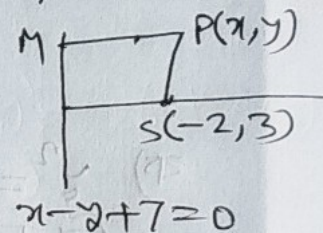
প্র. ৩৬

দৃষ্টকাল-২ হতে দাও, কনিষ্ঠের উল্লম্ব $S(-2, 3)$

নিয়ামকের সমীকরণ, $x - y + 7 = 0$

এবং উল্লম্বদ্রুত, $e = \frac{1}{\sqrt{3}}$

মনে করি, কনিষ্ঠের উল্লম্ব
যেকোন বিন্দু $P(x, y)$.



$$\therefore SP = \sqrt{(x+2)^2 + (y-3)^2}$$

$$= \sqrt{x^2 + y^2 + 4x - 6y + 13}$$

$$\text{এবং } PM = \frac{|x - y + 7|}{\sqrt{1+1}} = \frac{|x - y + 7|}{\sqrt{2}}$$

সংজ্ঞানুসারে, $SP = e PM$

$$\text{বা, } \sqrt{x^2 + y^2 + 4x - 6y + 13} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{|x - y + 7|}{\sqrt{2}}$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 + 4x - 6y + 13 = \frac{(x - y + 7)^2}{6}$$

$$\text{বা, } 6x^2 + 6y^2 + 24x - 36y + 78 = x^2 + y^2 + 49 - 2xy - 14y + 14x$$

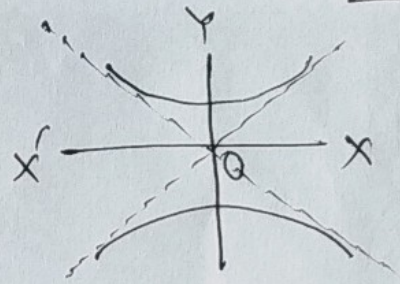
$$\text{বা, } 5x^2 + 5y^2 + 2xy + 10x - 22y + 29 = 0$$

$$\text{Ans. } 5(x^2 + y^2) + 2xy + 10x - 22y + 29 = 0,$$

87105501810

৫(গ) নং প্র. উত্তর

ଦୁଇକଳ୍ପ- ୨ ହେଉ ପାଞ୍ଚ,
 ଓମହରନ୍ତ୍ର $S(0, \pm 4)$
 ଓମହରନ୍ତ୍ରଜାତି, $e = \frac{4}{3}$



প্রঃ কনিষ্ঠ অক্ষয় শ্রীনাথ অঃ.

যেহেতু $e = \frac{4}{3} > 1$, সেহেতু কনিষ্ঠটি একটি অধিবৃত্ত।

মানেরি, অবস্থানের সমীকরণ, $\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$ — ① [সিদ্ধি প্রমাণ
উপর]

অতএব, $(0, \pm be) = (0, \pm 4)$

$$a_1, be = 1 \text{ ——— } (11)$$

अ, $b. \frac{4}{3} = 4$

या, $b = 3$.

আবার, $be = 4$

বা, $b^2 e^2 = 16$

$$\text{या, } b^2 \left(1 + \frac{a^2}{b^2}\right) = 16$$

या, $b^2 + a^2 = 16$

या, $9 + a^2 = 16$

या, $a^2 = 7$

$$\therefore a = \sqrt{7}$$

∴ অবস্থিতির সমীকরণ, $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{7} = 1$.

এঃ অসীমত^২ বেলায় সমীকরণ,

$$y = \pm \frac{b}{a} x$$

4, $y = \pm \frac{3}{\sqrt{7}} x$ Δm