০৩. AMERICA এবং CANADA হতে আগত 14 জনের একটি পর্যটক দল বাংলাদেশে বেড়াতে আসলেন। তারা একজন স্থানীয় গাইড কে সাথে নিয়ে 2টি গাড়ীতে করে বেড়াতে বের হলেন। একটি গাড়ীতে 7জন ও অপর গাড়ীতে 12জনের বেশি ভ্রমন করতে পারে না।

ক) 12টি বাহুবিশিষ্ট সমতলীক ক্ষেত্রে কতগুলো কর্ণ আছে? কৌণিক বিন্দুগুলো কয়টি ত্রিভুজ আঁকা যায়?

খ) দেখাও যে, AMERICA শব্দের বিন্যাস CANADA শব্দের বিন্যাসের 21গুন।

গ) উদ্দীপকের দলটি কত প্রকারে ভ্রমন করতে পারবে?

সমাধান:

৩(ক) নং উত্তর

12টি বাহুবিশিষ্ট ক্ষেত্রটির কৌণিক বিন্দু 12টি.

$\therefore$ কর্ণের সংখ্যা $= ({}^{12}C_2 - 12)$, [যেহেতু বাহুগুলো কর্ণ নয়]

$= 66 - 12$

$= 54$ টি.

এবং ত্রিভুজের সংখ্যা $= {}^{12}C_3$

$= \frac{12.11.10}{3.2.1}$

$= 2.11.10$

$= 220.$

Ans. 54, 220.

পৃ.০৮

৩(খ) নং প্র. উত্তর

AMERICA শব্দে, মোট বর্ণ = 7টি, যাদের মধ্যে A আছে 2টি

∴ শব্দটির বিন্যাস, $x = \frac{7!}{2!} = \frac{7.6.5.4.3.2!}{2!}$

বা, $x = 7.6.5.4.3$ ——— (i)

আবার, CANADA শব্দে মোট বর্ণ = 6টি
যাদের মধ্যে A আছে 3টি.

∴ শব্দটির বিন্যাস, $y = \frac{6!}{3!} = \frac{6.5.4.3!}{3!}$

∴ $y = 6.5.4$ ——— (ii)

(i) ÷ (ii) করে পাই, $\frac{x}{y} = \frac{7.6.5.4.3}{6.5.4} = 21$

বা, $x = 21y$

অর্থাৎ, America শব্দের বিন্যাস Canada শব্দের বিন্যাসের 21 গুন। (প্রমাণিত)

উদ্দীপকের দলটিতে মোট লোক সংখ্যা = 14+1 = 15 জন।
∴ দুইটি গাড়ী 15 জন লোক নিম্ন উপায়ে পছন্দ করতে পারে।

১ম গাড়ী (7জন)	২য় গাড়ী (12জন)
7	8
6	9
5	10
4	11
3	12

∴ দলটি যত প্রকারে ভ্রমন করতে পারে তার সংখ্যা $= ({}^{15}C_7 \times {}^{8}C_8) + ({}^{15}C_6 \times {}^{9}C_9) + ({}^{15}C_5 \times {}^{10}C_{10}) + ({}^{15}C_4 \times {}^{11}C_{11}) + ({}^{15}C_3 \times {}^{12}C_{12})$

$= 6435 + 5005 + 3003 + 1365 + 455$

$= 16263$

Ans. 16263 উপায়.

০৪. মহাখালী বাস স্ট্যান্ডে 0, 1, 2 চিহ্নিত কাউন্টারকে Parallel আরো তিনটি কাউন্টারে 5, 7, 8 চিহ্নিত করা হয়েছে।

ক) ^nP_r ও ^nC_r এর মধ্যে সম্পর্ক সূচক সমীকরণ গঠন কর।

খ) উদ্দীপকের অংকগুলো ব্যবহার করে কতগুলো পাঁচ অংকের অর্থপূর্ণ জোড় সংখ্যা গঠন করা যাবে?

গ) উদ্দীপকের ইংরেজী শব্দটি হতে 5 টি করে বর্ণ নিয়ে কতগুলি শব্দ গঠন করা যাবে?

সমাধান:

৪(ক) নং উত্তর

আমরা জানি, $^nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$

এবং $^nC_r = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$

বা, $^nC_r = \frac{1}{r!} \times {^nP_r}$

বা, $^nP_r = r! \times {^nC_r}$

ইহাই নির্ণেয় সমীকরণ।

৪(খ) নং উত্তর

উদ্দীপকের অংক সমূহ: 0, 1, 2, 5, 7, 8

অংকগুলো ব্যবহার করে গঠিত পাঁচ অংক বিশিষ্ট জোড় সংখ্যাগুলোর শেষে (এককস্থানে) 0 বা 2 বা 8 থাকবে,

∴ এককস্থানে 0 কে নির্দিষ্ট রেখে অবশিষ্ট ৫টি স্থান ৫টি অংক দ্বারা $^5P_4$ বা 120 উপায়ে পূরণ করা যায়।

∴ একক স্থানে 0 বিশিষ্ট অর্থপূর্ণ ~~পি~~ জোড় সংখ্যা 120টি

অনুরূপভাবে, একক স্থানে 2 রেখে অবশিষ্ট 5টি স্থান 120 উপায়ে পূরণ করা যায়
কিন্তু এদের মধ্যে ১ম স্থানে 0 বিশিষ্ট সংখ্যাগুলো 5 অংক বিশিষ্ট নয়।

∴ ১ম স্থানে 0 এবং শেষে 2 আছে এমন সংখ্যা $^4P_3 = 24$ টি.

∴ শেষে 2 বিশিষ্ট অর্থপূর্ণ জোড় সংখ্যা $= (120-24)$ বা 96টি

অনুরূপভাবে, শেষে 4 বিশিষ্ট অর্থপূর্ণ জোড় সংখ্যা $= 96$টি.

∴ মোট সংখ্যা হবে, $(120+96+96)$ বা 312টি

Ans. 312.

4(গ) নং উত্তর

PARALLEL শব্দে মোট বর্ণ 8 টি.
যাদের মধ্যে A আছে 2টি
L " 3 টি
অবশিষ্ট ভিন্ন ভিন্ন বর্ণ।

∴ 5 টি বর্ণ নিয়ে নিম্নোক্ত উপায়ে শব্দ গঠন করা যায়:

(i) 3টি L ও 2টি A দ্বারা গঠিত শব্দ সংখ্যা $= ~~{}^3c_3 \times {}^2c_2~~$

$$= {}^3c_3 \times {}^2c_2 \times \frac{5!}{3!\,2!} = 10\text{টি}$$

(ii) 2টি L, 2টি A ও 1টি ভিন্ন বর্ণ দ্বারা গঠিত শব্দ সংখ্যা $= {}^3c_2 \times {}^2c_2 \times {}^3c_1 \times \frac{5!}{2!\,2!}$

$$= 90\text{টি}$$

(iii) 3টি L, বাকি A, P, R, E থেকে 2টি বর্ণ দ্বারা গঠিত শব্দ সংখ্যা $= {}^3c_3 \times {}^4c_2 \times \frac{5!}{3!}$

$$= 120\text{টি}.$$

পৃ-১১

(iv) 2টি L বা 2টি A; অবশিষ্ট গুলো থেকে 3টি স্থান পূরণ করে গঠিত শব্দ $= {}^2c_1 \times {}^4c_3 \times \frac{5!}{2!} = 480$টি

(v) 5টি ভিন্ন ভিন্ন বর্ণ দ্বারা গঠিত শব্দ $= {}^5c_5 \times 5!$
$= 120$টি.

∴ মোট শব্দ সংখ্যা $= (10+90+120+480+120)$টি
$= 820$টি

Ans. 820.

08. চট্টগ্রাম কলেজ এ MATHEMATICS ও STATISTICS বিভাগে 5 জন করে শিক্ষক আছেন।
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 cm দীর্ঘ সাতটি সরলরেখাংশ

ক) থেকে চারটি করে নিয়ে কয়টি চতুর্ভুজ গঠন করা যাবে?

খ) উদ্দীপকের দুই ইংরেজি শব্দটিকে কত প্রকারে সাজানো যায় যাতে S তিনটি একত্রে থাকবে না।

গ) Mathematics বিভাগের শিক্ষকদের সংখ্যাগরিষ্ঠতা রেখে 7 জনের একটি কমিটি কতভাবে গঠন করা যায়?

সমাধান:

8(ক) নং উত্তর

চতুর্ভুজের চারটি করে বাহু প্রয়োজন। 7টি রেখাংশ হতে যেকোন 4টি রেখাংশের বাছাই সংখ্যা $= {}^7c_4 = 35$.

কিন্তু (1, 2, 3, 6), (1, 2, 3, 7), (1, 2, 4, 7) বাছাই দ্বারা চতুর্ভুজ গঠিত হবে না কারণ এদের যেকোন তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য ৪র্থ বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর নয়।

চতুর্ভুজের সংখ্যা $= 35 - 3$
$= 32$টি

Ans. 32

৫(খ) নং প্র. উত্তর

উদ্দীপকের ২য় ইংরেজি শব্দ হল STATISTICS,

শব্দটিতে মোট বর্ণ = 10

S আছে 3টি, T আছে 3টি, I আছে 2টি,

∴ সবগুলো বর্ণ একত্রে নিয়ে বিন্যাস $= \frac{10!}{3!\,3!\,2!}$

এখন, S তিনটিকে একটি বর্ণ বিবেচনা করলে মোট বর্ণ হয় (10−3+1) বা 8 টি, যাদের মধ্যে T আছে 3টি, I আছে 2টি.

∴ S তিনটি একত্রে রেখে 8 টি বর্ণের বিন্যাস $= \frac{8!}{3!\,2!}$

আবার, S তিনটিকে নিজেদের মধ্যে $\frac{3!}{3!}$ বা 1 প্রকারে সাজানো যায়।

∴ S তিনটি একত্রে রেখে বিন্যাস $= 1 \times \frac{8!}{3!\,2!} = \frac{8!}{3!\,2!}$

∴ S তিনটি একত্রে থাকবে না এমন বিন্যাস

$$= \left(\frac{10!}{3!\,3!\,2!} - \frac{8!}{3!\,2!}\right) \text{ প্রকার।}$$

Ans. $\left(\frac{10!}{3!\,3!\,2!} - \frac{8!}{3!\,2!}\right)$ প্রকার।

Bidhan Dutta.
Assistant Professor in Mathematics
BEPZA Public School & College ctg.

৫(গ) নং উত্তর

Mathematics বিভাগে শিক্ষক আছেন 5 জন
Statistics " " " 5 জন.

∴ Mathematics বিভাগের শিক্ষকদের সংখ্যাগরিষ্ঠতা রেখে ~~কমিটি~~ 7 জনের বাছাই নিম্নরূপ:

Mathematics(5)	Statistics(5)	Total
5	2	7
4	3	7

∴ দলটি যত প্রকারে গঠন করা যায়, তার সংখ্যা $= ({}^5C_5 \times {}^5C_2) + ({}^5C_4 \times {}^5C_3)$

$= (10 + 50)$ প্রকার
$= 60$ প্রকার

Ans. 60 প্রকার।

রেদজা পাবলিক স্কুল ও কলেজ চট্টগ্রাম
চট্টগ্রাম ২ বি জেড।