বেগজা পাবলিক স্কুল ও কলেজ সিইপিজেড. পৃ:০১

উচ্চতর গণিত ১ম পত্র

অধ্যায় : ৩য় (বিন্যাস ও সমাবেশ)

পাঠ পরিকল্পনা=১০ অনুসারে সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান ৫

উপস্থাপনায় : বিধান দত্ত, সহকারী অধ্যাপক ৫

প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি :

বিন্যাস সম্পর্কিত : 1. ${}^nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$ 2. ${}^nP_n = n!$

3. $n! = n(n-1)! = n(n-1)(n-2)!$

4. p সংখ্যক, q সংখ্যক, r সংখ্যক একরকমের এবং অবশিষ্ট ভিন্নভিন্ন এমন n সংখ্যক জিনিসের বিন্যাস $= \frac{n!}{p!\,q!\,r!}$

5. n সংখ্যক বিভিন্ন জিনিস হতে প্রতিবারে r সংখ্যক নিয়ে বিন্যাস (r সংখ্যক বার পুনরাবৃত্তি) সংখ্যা $= n^r$

6. একটি জিনিসকে স্থির রেখে n সংখ্যক জিনিসের সবগুলি নিয়ে চক্রাকার বিন্যাস $= (n-1)!$ কিন্তু যদি চক্রাকার বিন্যাস বামাবর্তে ও ডানাবর্তে একই হয় তবে বিন্যাস $= \frac{(n-1)!}{2}$.

সমাবেশ সম্পর্কিত :

1. n সংখ্যক বিভিন্ন জিনিস হতে r সংখ্যক নিয়ে $(r \le n)$ সমাবেশ $= {}^nC_r$

2. সকলপুরক সমাবেশ : (i) ${}^nC_r = {}^nC_{n-r}$; (ii) ${}^nC_x = {}^nC_y$ হলে $n = x+y$

3. ${}^nC_r + {}^nC_{r-1} = {}^{n+1}C_r$

4. ${}^nC_n = {}^nC_0 = 1$

5. n সংখ্যক হতে প্রতিবার অন্তত ১টি নিয়ে সমাবেশ $= 2^n - 1$.

০১. একটি একদিনের ম্যাচে NEWZEALAND ক্রিকেট দলে 7 জন ব্যাটসম্যান, 6 জন বোলার এবং 2 জন উইকেট কিপার রাখা হলো।

ক) ${}^nP_3 = 2 \times {}^nC_4$ হলে n এর মান নির্ণয় কর।

খ) উদ্দীপক হতে কতভাবে 11 জন খেলোয়াড়ের একটি দল গঠন করা যাবে যাতে সর্বদা 5 জন বোলার এবং কমপক্ষে একজন উইকেট কিপার থাকবে?

গ) স্বরবর্ণগুলোকে পাশাপাশি না রেখে উদ্দীপকের ইংরেজি শব্দের অক্ষরগুলোকে কত প্রকারে সাজানো যাবে?

সমাধান:

১(ক) নং প্রশ্নের উত্তর

দেওয়া আছে, ${}^nP_3 = 2 \times {}^nC_4$

বা, $\frac{n!}{(n-3)!} = 2 \times \frac{n!}{(n-4)!4!}$

বা, $\frac{1}{(n-3)(n-4)!} = 2 \times \frac{1}{(n-4)!24}$

বা, $\frac{1}{n-3} = \frac{1}{12}$

বা, $n-3 = 12$

$\therefore n = 15$

Ans. $n = 15$

বিবরন দাও

১(খ) নং প্র. উত্তর

উদ্দীপক অনুসারে, ক্রিকেট দলে

ব্যাটসম্যান = 7 জন
বোলার = 6 জন
উইকেট = 2 জন

নিম্নোক্ত উপায়ে দল গঠন করা যায়:

উপায়	ব্যাটসম্যান (7জন)	বোলার (6জন)	উইকেট কিপার (2)	মোট
A	5	5	1	11
B	4	5	2	11

A এর ক্ষেত্রে সমাবেশ সংখ্যা = ${}^7C_5 \times {}^6C_5 \times {}^2C_1$

$= 252$

B এর ক্ষেত্রে সমাবেশ সংখ্যা = ${}^7C_4 \times {}^6C_5 \times {}^2C_2$

$= 210.$

∴ মোট ~~দল~~ দল গঠনের উপায় = (252 + 210) প্রকার

= 462 প্রকার,

Ans. 462 উপায়ে দল গঠন করা যাবে।

১(গ) নং প্রশ্নের উত্তর

উদ্দীপকের ইংরেজি শব্দটি হল NEWZEALAND.

শব্দটিতে মোট বর্ণ আছে 10 টি

স্বরবর্ণ আছে (E, E, A, A) 4 টি

E আছে 2টি, A আছে 2টি,

N আছে 2টি.

∴ শব্দটির সবগুলো বর্ণ একত্রে নিয়ে

বিন্যাস সংখ্যা = $\frac{10!}{2!\,2!\,2!}$

$= 453600.$

আবার, স্বরবর্নগুলোকে 1টি বর্ন বিবেচনা করলে মোট বর্ন সংখ্যা হয় (10-4+1) বা 7টি, যাদের মধ্যে N আছে 2টি.

$\therefore$ এদের বিন্যাস $= \frac{7!}{2!}$

এখন, স্বরবর্ন 4টিকে নিজেদের মধ্যে (E,E,A,A)

বিন্যাস $= \frac{4!}{2!2!}$

$\therefore$ স্বরবর্ন একত্রে থাকবে এমন বিন্যাস

সংখ্যা $= \frac{7!}{2!} \times \frac{4!}{2!2!}$

$= (2520 \times 6)$

$= 15120.$

$\therefore$ স্বরবর্ন একত্রে থাকবে না এমন

বিন্যাস সংখ্যা $= (453600 - 15120)$

$= 438480.$

Ans. 438480.

Bidhan Dutta.
Assistant Professor, Mathematics
BEPZA Public School & College.

02. Mathematics বিষয়ে Permutation শব্দটি বিশেষ গুরুত্বপূর্ণ।

ক) Mathematics শব্দটির সবগুলো বর্ণ একত্রে নিয়ে কতটি শব্দ গঠন করা যাবে?

খ) Mathematics শব্দটি হতে প্রতিবারে চারটি করে বর্ণ নিয়ে কতভাবে সাজানো যায়?

গ) উদ্দীপকের ২য় ইংরেজি শব্দটিকে কত প্রকারে সাজানো যাবে যাতে স্বরবর্ণ পৃথক থাকবে?

সমাধান:

২(ক) নং প্র: উত্তর

Mathematics শব্দটিতে মোট বর্ণ ১১টি যার মধ্যে M আছে ২টি, T আছে ২টি, A আছে ২টি; অবশিষ্ট বর্ণগুলো ভিন্ন ভিন্ন।

$\therefore$ শব্দটির বিন্যাস $= \frac{11!}{2!\,2!\,2!} = 4989600$ (Ans.)

২(খ) নং উত্তর

Mathematics শব্দে মোট বর্ণ = ১১টি

M আছে ২টি

T ,, ২টি

A ,, ২টি

অবশিষ্ট বর্ণ ৫টি

নির্দেশক উদাহরণ শব্দটি থেকে 4 টি বর্ণ সাজানো যায়:

(i) ৩ জোড়া একজাতীয় বর্ণ থেকে ২ জোড়া একজাতীয় বর্ণ নিয়ে সাজানোর সংখ্যা $= {}^3C_2 \times \frac{4!}{2!\,2!}$

$= 3 \times \frac{24}{4}$

$= 18.$

(ii) ৩ জোড়া একজাতীয় বর্ণ থেকে ১ জোড়া ও বাকি 7টি ভিন্ন বর্ণ থেকে 2টি নিয়ে সাজানো সংখ্যা

$= {}^3C_1 \times {}^7C_2 \times \frac{4!}{2!} = 3 \times 21 \times \frac{24}{2} = 756.$

(iii) ৪টি ভিন্ন বর্ণ থেকে 4টি নিয়ে সাজানো সংখ্যা

$= {}^8C_4 \times 4! = 70 \times 24 = 1680$

∴ মোট সাজানো সংখ্যা = 18 + 756 + 1680

= 2454.

Ans. 2454

২(গ) নং প্র. উত্তর

উদ্দীপকের ২য় ইংরেজি শব্দ হল Permutation.

শব্দটিতে মোট বর্ণ 11টি, যাদের মধ্যে t আছে 2টি স্বরবর্ণ আছে (e, u, a, i, o) 5টি.

∴ সব বর্ণ একত্রে নিয়ে বিন্যাস = $\frac{11!}{2!}$ = 19958400

স্বরবর্ণ 5টিকে 1টি বর্ণ বিবেচনা করলে মোট বর্ণ হবে (11 − 5 + 1) বা 7টি, যার মধ্যে T আছে 2টি.

∴ এই 7টির বিন্যাস = $\frac{7!}{2!}$ = 2520.

আবার, স্বরবর্ণ গুলোর বিন্যাস = 5! = 120.

∴ স্বরবর্ণ একত্রে থাকার বিন্যাস = 2520 × 120

= 302400.

∴ স্বরবর্ণ পৃথক রেখে বিন্যাস সংখ্যা = (19958400 − 302400)

= 19656000. প্রকার

Ans. 19656000.