

অধ্যায়: ৪র্থ (বৃত্ত)

পাঠ পরিবর্তন-০৪ অনুসারে সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

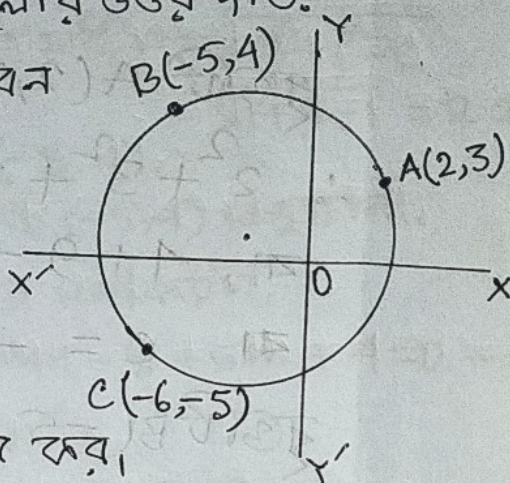
প্র ১. দাশের চিত্র অনুসারে চন্দ্র মন্ডলের উত্তর দিক:

বৈজ্ঞানিক পরিভাষা

ক) AC কে ব্যাস ধরে বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

খ) উদ্ভূত বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

গ) B বিন্দু হতে $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$ বৃত্তে অঙ্কিত স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর।



সমাধান:

১(ক) নং প্র. উত্তর

A বিন্দুর স্থানাঙ্ক (2, 3) এবং C বিন্দুর স্থানাঙ্ক (-6, -5)।
আমরা জানি, (x_1, y_1) এবং (x_2, y_2) বিন্দুদ্বয়ের
সংযোগকে রেখাকে ব্যাস ধরে বৃত্তের সমীকরণ,

$$(x - x_1)(x - x_2) + (y - y_1)(y - y_2) = 0$$

∴ AC কে ব্যাস ধরে অঙ্কিত বৃত্তের সমীকরণ,

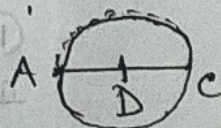
$$(x - 2)(x + 6) + (y - 3)(y + 5) = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + 4x - 12 + y^2 + 2y - 15 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 + 4x + 2y - 27 = 0$$

$$\text{Ans. } x^2 + y^2 + 4x + 2y - 27 = 0.$$

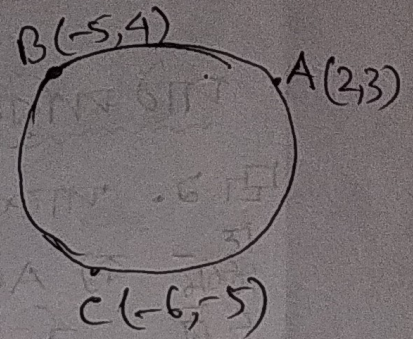
[নোট: AC এর মধ্যবিন্দু হার বৃত্তটির কেন্দ্র, তাই
 $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ মূল দ্বিঘাত অঙ্কটি
করা যাবে]



২(খ) নং প্র. উত্তর

মনে করি, বৃত্তটির সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$$



বৃত্তটি A(2,3) বিদূগামী, [০ নং ২৩]

$$\therefore 2^2 + 3^2 + 2 \cdot 2 \cdot g + 2 \cdot 3 \cdot f + c = 0$$

$$\text{বা, } 4 + 9 + 4g + 6f + c = 0$$

$$\text{বা, } c = -4g - 6f - 13 \quad \text{--- (I)}$$

বৃত্তটি B(-5,4) বিদূগামী, [১ নং ২৩]

$$\therefore 25 + 16 - 10g + 8f + c = 0$$

$$\text{বা, } 41 - 10g + 8f - 4g - 6f - 13 = 0 \quad \text{[I নং]}$$

$$\text{বা, } -14g + 2f + 28 = 0$$

$$\text{বা, } 2f = 14g - 28$$

$$\therefore f = 7g - 14 \quad \text{--- (II)}$$

আবার, বৃত্তটি C(-6,-5) বিদূগামী হলে,

$$36 + 25 - 12g - 10f + c = 0 \quad \text{[০ নং ২৩]}$$

$$\text{বা, } 61 - 12g - 10(7g - 14) + (-4g - 6f - 13) = 0$$

$$\text{বা, } 61 - 12g - 70g + 140 - 4g - 6(7g - 14) - 13 = 0$$

$$\text{বা, } 201 - 82g - 4g - 42g + 84 - 13 = 0$$

$$\text{বা, } -128g = -272$$

$$\text{বা, } g = \frac{272}{128} = \frac{17}{8}$$

$$\text{[II নং ২৩, } f = 7 \cdot \frac{17}{8} - 14 = \frac{119 - 112}{8} = \frac{7}{8}$$

$$\text{[I নং ২৩, } c = -4 \cdot \frac{17}{8} - 6 \cdot \frac{7}{8} - 13 = -\frac{214}{8} = -\frac{107}{4}$$

এখন, ০ নং ১ গ, f, c এর মান বসিয়ে পাই,

$$x^2 + y^2 + 2 \cdot \frac{17}{8}x + 2 \cdot \frac{7}{8}y - \frac{107}{4} = 0$$

$$\text{বা, } 4x^2 + 4y^2 + 17x + 7y - 107 = 0, \text{ ইহাই বৃত্তের সমী.}$$

Ans.

১(গ)নং প্রশ্নের উত্তর

কৃ.০৩

প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ, $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$

বৃত্তটিকে $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ এর সাথে

তুলনা করে পাই, $g = -1$, $f = -2$, $c = 1$

$\therefore$ কেন্দ্র $(-g, -f) = (1, 2)$ এবং ব্যাসার্ধ, $r = \sqrt{g^2 + f^2 - c}$

$$= \sqrt{1 + 4 - 1} = 2$$

উদ্দীপক অনুসারে B বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(-5, 4)$.

$\therefore$ অঙ্কিত স্পর্শকটির B বিন্দুগামী অর্থাৎ $(-5, 4)$ বিন্দুগামী, মনেজরি, B $(-5, 4)$ বিন্দুগামী স্পর্শকের সমীকরণ,

$$y - 4 = m(x + 5) \text{ বা, } mx - y + 5m + 4 = 0$$

অতঃপর, (i) নং রেখাটি (1) বৃত্তের স্পর্শক,

$\therefore$ ব্যাসার্ধ = $\sqrt{1+4}$ কেন্দ্র হতে রেখাটির লম্ব দূরত্ব

$$\text{বা, } 2 = \frac{|m \cdot 1 - 2 + 5m + 4|}{\sqrt{m^2 + 1}}$$

$$\text{বা, } 2\sqrt{m^2 + 1} = |6m + 2|$$

$$\text{বা, } 4(m^2 + 1) = (6m + 2)^2 \text{ [বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } 4m^2 + 4 = 36m^2 + 24m + 4$$

$$\text{বা, } 32m^2 + 24m = 0$$

$$\text{বা, } 8m(4m + 3) = 0$$

$$\therefore m = 0 \text{ অথবা } 4m + 3 = 0$$

$$\text{বা, } m = -\frac{3}{4}$$

(i) নং হতে পাই,

$$m = 0 \text{ হলে স্পর্শকের সমীকরণ, } y - 4 = 0$$

$$m = -\frac{3}{4} \text{ হলে " " " " } y - 4 = -\frac{3}{4}(x + 5)$$

$$\text{বা, } 4y - 16 = -3x - 15$$

$$\text{বা, } 3x + 4y - 1 = 0$$

$$\therefore 3x + 4y - 1 = 0$$

$\therefore$ স্পর্শকের সমীকরণ, $y - 4 = 0$ এবং $3x + 4y - 1 = 0$

Ans

২. $4x + 3y + 26 = 0$ রেখাটি $x^2 + y^2 - 4x + 8y - 16 = 0$ বৃত্তের একটি জ্যা নির্দেশ করে।

ক) $(-1, 2)$ কেন্দ্রবিন্দিকে একটি বৃত্ত γ অক্ষকে ممسك করে।
বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

খ) বৃত্তটির দুটি ممسكের সমীকরণ নির্ণয় কর যা γ উল্লম্বরেখার জ্যাটির মমানুতাল।

গ) একদম একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যা উল্লম্ব অক্ষকে ممسك করে এবং উল্লম্বরেখার বৃত্তের কেন্দ্রগামী।

সমাধান

২(ক)নং প্র. উত্তর

মনেকরি, বৃত্তটির সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \quad \text{--- (১)}$$

এর কেন্দ্র $(-g, -f) = (-1, 2)$

$\therefore g = 1, f = -2$

$\therefore$ বৃত্তটি γ অক্ষকে ممسك করে, $\therefore c = f^2 = (-2)^2 = 4$

১ নং এ g, f, c এর মান বসিয়ে পাই,

বৃত্তের সমীকরণ, $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 4 = 0$ Ans.

**** [নোট: $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$ সূত্রটিও ব্যবহার করা যাবে]**

২(খ)নং প্র. উত্তর

উল্লম্বরেখা হতে দাই বৃত্তের সমীকরণ, $x^2 + y^2 - 4x + 8y - 16 = 0$ --- (২)

এখানে, $g = -2, f = 4, c = -16$

$\therefore$ বৃত্তটির কেন্দ্র $(-g, -f) = (2, -4)$

এবং ব্যাসার্ধ, $r = \sqrt{g^2 + f^2 - c} = \sqrt{4 + 16 + 16} = 6$

অদন্ত রেখার সমীকরণ,

$$4x + 3y + 26 = 0 \quad \text{--- (৩)}$$

মনেকরি, ৩ নং এর মমানুতাল রেখার

সমীকরণ, $4x + 3y + K = 0$ --- (৩৩)

$\therefore$ (৩৩) নং রেখাটি বৃত্তটির ممسك,

$\therefore$ ব্যাসার্ধ = কেন্দ্র হতে (৩৩) নং এর দূরত্ব

বা, $6 = \frac{|4(2) + 3(-4) + K|}{\sqrt{4^2 + 3^2}}$

(p. T. ৩)

$$\text{বা, } 6 = \frac{|8-12+K|}{\sqrt{16+9}}$$

দ্র. ০৪

$$\text{বা, } 6 = \frac{|K-4|}{5}$$

$$\text{বা, } |K-4| = 30 \text{ বা } \pm(K-4) = 30$$

$$(+) \text{ ধরে, } K-4 = 30$$

$$(-) \text{ ধরে, } -K+4 = 30$$

$$\text{বা, } K = 34$$

$$\text{বা, } K = -26$$

এখন, (ii) নং-এ K এর মান বসিয়ে দাও,

$$K = 34 \text{ হলে অঙ্গারের সমীকরণ, } 4x + 3y + 34 = 0$$

$$K = -26 \text{ হলে অঙ্গারের সমীকরণ, } 4x + 3y - 26 = 0$$

২(গ) নং দ্র. উত্তর

প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 - 4x + 8y - 16 = 0$$

$$\text{এর কেন্দ্র } (-g, -f) = (2, -4)$$

মনেপের,

নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$$

$\therefore$ ① নং বৃত্তটি উভয় অক্ষকে অঙ্গার করে,

$$\therefore c = g^2 = f^2 \quad \text{--- ②}$$

আবার, বৃত্তটি (2, -4) বিন্দুগামী,

$$\therefore 2^2 + (-4)^2 + 2g \cdot 2 + 2f(-4) + c = 0$$

$$\text{বা, } 4 + 16 + 4g - 8f + c = 0$$

$$\text{বা, } 20 + 4g + 8g + g^2 = 0 \quad [c = g^2, f = g \text{ বসিয়ে}]$$

$$\text{বা, } g^2 + 12g + 20 = 0$$

$$\text{বা, } g^2 + 10g + 2g + 20 = 0$$

$$\text{বা, } (g+10)(g+2) = 0 \text{ হয় } g = -10, \text{ অথবা } g = -2$$

$$\therefore g = -10 \text{ হলে } f = 10, \text{ অথবা } g = -2 \text{ হলে } f = 2$$

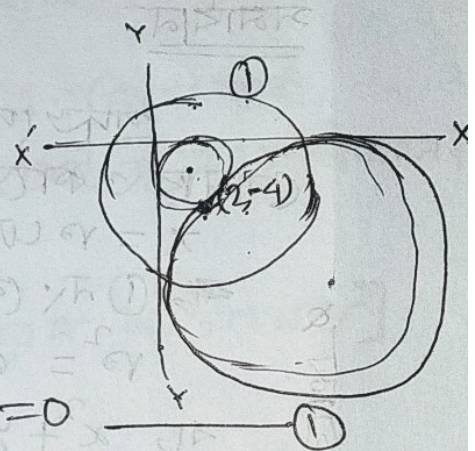
$$\text{অং. } c = 100$$

$$\text{অথবা } c = 4$$

$$\text{① নং হতে দাও, } x^2 + y^2 - 20x + 20y + 100 = 0$$

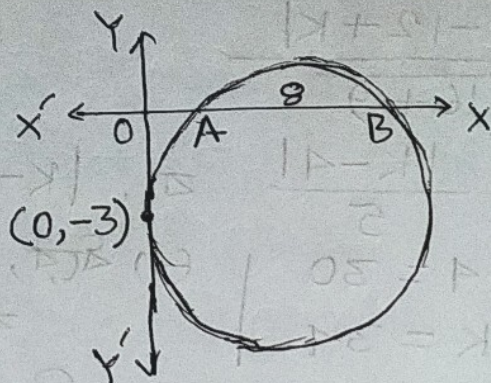
$$\text{এং. } x^2 + y^2 - 4x + 4y + 4 = 0$$

Ans



দ্র. ৩. দৃশ্যকল্প : ০১

দ্র. ০৬



দৃশ্যকল্প : ০২ একটি মন্থনরেখার সমীকরণ, $3x + 4y = 2$

ক) $r = 6 \cos \theta + 4 \sin \theta$ বৃত্তের কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ কত?

খ) দৃশ্যকল্প ০১ অনুসারে বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

গ) দৃশ্যকল্প ০২ এর উপর লম্ব এমন স্পর্শক নির্ণয় কর। (২নং)

সমাধান

৩(ক) নং প্র. উত্তর

প্রদত্ত পোলার আকার সমীকরণ, $r = 6 \cos \theta + 4 \sin \theta$ — ①

পোলার ও কার্ভেসীয় স্থানাঙ্কের সম্বন্ধে ২তম পাঠে,

$$x = r \cos \theta, y = r \sin \theta \text{ এবং } r^2 = x^2 + y^2$$

ক) ① নং কে r দু'গুণ গুন করে পাঠে,

$$r^2 = 6r \cos \theta + 4r \sin \theta$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 = 6x + 4y$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 6x - 4y = 0, \text{ ইহা বৃত্তের সমীকরণ,}$$

$$\text{এখানে, } g = -3, f = -2, c = 0$$

$$\therefore \text{কেন্দ্র } (-g, -f) = (3, 2)$$

$$\text{এবং ব্যাসার্ধ, } r = \sqrt{g^2 + f^2 - c} = \sqrt{9 + 4 - 0} = \sqrt{13}$$

Ans. $(3, 2)$ এবং $\sqrt{13}$

৩(খ) নং প্র. উত্তর

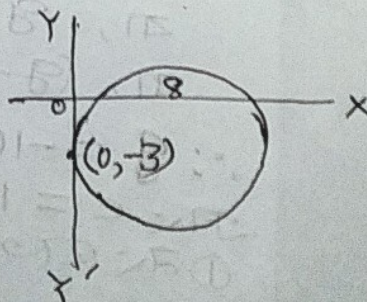
$$\text{মনে করি, বৃত্তটির সমীকরণ, } x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \text{ — ①}$$

উদ্দীপক অনুসারে বৃত্তটি y অক্ষকে

$$\text{স্পর্শ করে, } \therefore c = f^2 \text{ — ②}$$

আবার, ① বৃত্তটি $(0, -3)$ স্পর্শবি-দুগামী,

$$\therefore 0 + (-3)^2 + 2g \cdot 0 + 2f(-3) + c = 0$$



বা, $9 - 6f + f^2 = 0$ [(11) নং ব্যবহার] প্র. ০৭

বা, $(3 - f)^2 = 0$

বা, $3 - f = 0$

$f = 3$

$\therefore$ (11) নং হতে পাই, $c = f^2 = 9$

আবার, বৃত্তটি দ্বারা x অক্ষের একটি অংশের দৈর্ঘ্য,

$2\sqrt{b^2 - c} = 8$ বা, $\sqrt{b^2 - 9} = 4$

বা, $b^2 - 9 = 16$ বা, $b^2 = 25$, বা, $b = \pm 5$

কিন্তু উল্লিখিত বৃত্তটির কেন্দ্র ঋণাত্মক অক্ষস্থিত,

$\therefore b = -5$ হবে।

এখন, $b = -5$, $f = 3$, $c = 9$ (11) নং ব্যবহারে পাই,

$x^2 + y^2 - 10x + 6y + 9 = 0$, যা বৃত্তের সমীকরণ,

Ans. $x^2 + y^2 - 10x + 6y + 9 = 0$

[Note: এখানে দ্বিঘাত বৃত্তের সমীকরণ পাওয়া যায়]

৩(গ) নং প্র. উত্তর

'গ' নং হতে পাই, বৃত্তের সমীকরণ,

$x^2 + y^2 - 10x + 6y + 9 = 0$ — (1)

এক কেন্দ্র $(-g, -f) = (5, -3)$

এক ব্যাসার্ধ, $r = \sqrt{g^2 + f^2 - c}$

$= \sqrt{5^2 + (-3)^2 - 9}$

$= \sqrt{25 + 9 - 9}$

$= 5$ একক।

দৃষ্টান্ত ০২ অনুসারে পাই,

উক্ত রেখার সমীকরণ, $3x + 4y = 2$

বা, $3x + 4y - 2 = 0$

(অ. প্র. দ.)

মনেকরি, রেখাটির উপর লম্বা সমীকরণ মনে করুন,

প্র. ০৬

$$4x - 3y + K = 0 \quad \text{--- (11)}$$

$\therefore$ (11) নং রেখাটি (1) রেখার লম্বাক,

$\therefore$ ব্যাসার্ধ = কেন্দ্র (5, -3) হতে (11) নং এর লম্ব দূরত্ব

$$\text{বা, } 5 = \frac{|4 \cdot 5 - 3 \cdot (-3) + K|}{\sqrt{16 + 9}}$$

$$\text{বা, } \pm 5 = \frac{|20 + 9 + K|}{5}$$

$$\text{বা, } 25 = \pm (K + 29)$$

$$(+) \text{ চিহ্ন ধরে, } 25 = K + 29 \text{ বা, } K = -4$$

$$(-) \text{ " " ; } 25 = -K - 29 \text{ বা, } K = -54$$

(11) নং এর K এর মান গনিয়ে বার,

$$K = -4 \text{ হলে, } 4x - 3y - 4 = 0$$

$$K = -54 \text{ হলে } 4x - 3y - 54 = 0$$

$$\text{Ans. } (4x - 3y - 4 = 0, 4x - 3y - 54 = 0)$$

বিধান দ্রুত

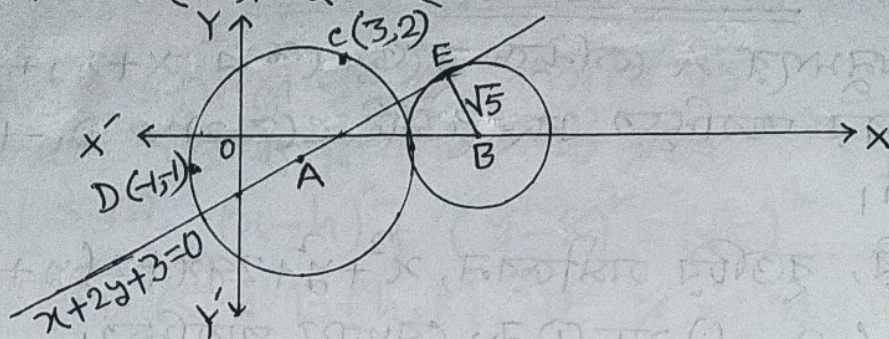
সহকারী অধ্যাপক (গণিত)

বেঙ্গাল পাবলিক স্কুল ও কলেজ চট্টগ্রাম।

☎ ০১৪১৭৩২৬১৭৪

প্রঃ. A ও B কেন্দ্রিক দুইটি বৃত্তের চিত্র নিম্নে দেওয়া হল।

প্র.০২



- ক) $2x^2 + 2y^2 + 4x + 6y - 2 = 0$ বৃত্তের কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধকত।
 খ) উদ্দীপকের A কেন্দ্রিক বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।
 গ) উদ্দীপক অনুসারে B কেন্দ্রিক বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

সমাধি:

৪(ক) নং প্র. উত্তর-

প্রদত্ত সমীকরণ,

$$2x^2 + 2y^2 + 4x + 6y - 2 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 + 2x + 3y - 1 = 0 \quad [2 \text{ দ্বারা ভাগ}]$$

ইহাকে $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ সমীকরণের মাধ্যমে তুলনা করে পাই,

$$g = 1, \quad f = \frac{3}{2}, \quad c = -1$$

$$\therefore \text{কেন্দ্র } (-g, -f) = \left(-1, -\frac{3}{2}\right)$$

$$\text{এবং ব্যাসার্ধ, } r = \sqrt{g^2 + f^2 - c}$$

$$= \sqrt{1 + \frac{9}{4} - (-1)}$$

$$= \sqrt{1 + \frac{9}{4} + 1}$$

$$= \sqrt{\frac{1+9+4}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{14}{4}} = \frac{\sqrt{14}}{2} \text{ একক}$$

Ans. কেন্দ্র $\left(-1, -\frac{3}{2}\right)$ এবং ব্যাসার্ধ $\frac{\sqrt{14}}{2}$ বৃত্তক।

নোট:

$$g = \frac{x \text{ এর সহগ}}{2}$$

$$f = \frac{y \text{ এর সহগ}}{2}$$

$$c = \text{স্থিরক}$$

উদ্দীপক অনুসারে A কেন্দ্রিক বৃত্তের কেন্দ্র $x+2y+3=0$ — (i)
 রেখার উপর অবস্থিত এবং বৃত্তটি C(3,2) ও D(-1,-1)
 বিন্দুগামী।

মনে করি, বৃত্তটির সমীকরণ, $x^2+y^2+2gx+2fy+C=0$ — (ii)

এর কেন্দ্র $(-g, -f)$ যা (i) নং রেখায় অবস্থিত,

∴ (i) নং সমীকরণে, $-g-2f+3=0$

বা, $g = -2f+3$ — (iii)

(ii) নং বৃত্তটি C(3,2) বিন্দুগামী,

∴ $3^2+2^2+2g \cdot 3+2f \cdot 2+C=0$

বা, $9+4+6g+4f+C=0$

বা, $13+6(-2f+3)+4f+C=0$

বা, $13-12f+18+4f+C=0$

∴ $C = 8f-31$ — (iv)

আবার, D(-1,-1) বিন্দুগামী হলে,

$1+1-2g-2f+C=0$

বা, $2-2(-2f+3)-2f+8f-31=0$

বা, $2+4f-6-2f+8f-31=0$

বা, $10f-35=0$

বা, $10f=35$ বা, $f = \frac{7}{2}$

(iii) নং সমীকরণে, $g = -2(\frac{7}{2})+3 = -4$

(iv) " " " $C = 8(\frac{7}{2})-31 = 28-31 = -3$

এখন, g, f, C এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$x^2+y^2+2(-4)x+2(\frac{7}{2})y-3=0$

বা, $x^2+y^2-8x+7y-3=0$

ইহাই বৃত্তের সমীকরণ।

Ans. $x^2+y^2-8x+7y-3=0$

বিধান দ্রষ্টব্য, সমস্যাগুলি অধ্যাপক (সহিত), বেঙ্গল কলেজ, চট্টগ্রাম।

উদ্দীপক অনুসারে বৃত্তটির ব্যাসার্ধ $\sqrt{5}$.

মনে করি, $\sqrt{5}$ ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের

সমীকরণ, $(x-h)^2 + (y-k)^2 = (\sqrt{5})^2$ — (১)

১) বৃত্তটির কেন্দ্র $B(h, k)$, যা x অক্ষের উপর অবস্থিত।

$\therefore$ কেন্দ্রের কোর্ডি, $k=0$

আবার, বৃত্তটি $x+2y+3=0$ রেখাকে স্পর্শ করে।

$\therefore$ ব্যাসার্ধ = কেন্দ্র হতে রেখাটির ন্যূনতম দূরত্ব

$$\text{বা, } \sqrt{5} = \frac{|h+2k+3|}{\sqrt{1+4}}$$

$$\text{বা, } \sqrt{5} = \frac{|h+3|}{\sqrt{5}}$$

$$\text{বা, } 5 = \pm(h+3)$$

$$(+) \text{ ধরে, } 5 = h+3 \text{ বা } h=2$$

$$(-) \text{ ধরে, } 5 = -h-3 \text{ বা } h=-8$$

১) নং হতে পাই,

$h=2, k=0$ হলে বৃত্তটির সমীকরণ,

$$(x-2)^2 + y^2 = (\sqrt{5})^2$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 4x + 4 - 5 = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 4x - 1 = 0$$

আবার, $h=-8, k=0$ হলে বৃত্তটির সমীকরণ,

$$(x+8)^2 + y^2 = (\sqrt{5})^2$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 + 16x + 64 - 5 = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 + 16x + 59 = 0$$

$$\text{Ans: } x^2 + y^2 - 4x - 1 = 0, x^2 + y^2 + 16x + 59 = 0$$

৪(গ) নং প্র. উত্তর

প্র. ৩. দৃশ্যকল্প ০২: $x^2 + y^2 = 10x$ বৃত্তের একটি জ্যার সমীকরণ হল $y = 2x$

দৃশ্যকল্প ০২: A(3, 4) কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্ত $x^2 + y^2 = 9$ বৃত্তকে স্পর্শ করে।

ক) দৃশ্যকল্প ০২ এ বর্ণিত বৃত্তটির দোলার আকার সমীকরণ নির্ণয় কর।

খ) দৃশ্যকল্প ০২ এ বর্ণিত জ্যাটিকে ব্যাস ধরে অঙ্কিত বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

গ) দৃশ্যকল্প ০২ অনুসারে A কেন্দ্রিক বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

সমাধান:

উ(ক)নং প্রশ্নের উত্তর

দৃশ্যকল্প ০২ অনুসারে, বৃত্তের সমীকরণ, $x^2 + y^2 = 10x$ — ①
দোলার ও কার্ভেসীয় স্থানাঙ্কের মাধ্যমে প্রকাশ্যে,
 $x = r \cos \theta$ এবং $y = r \sin \theta$.

① নং এ বসিয়ে পাই,

$$r^2 \cos^2 \theta + r^2 \sin^2 \theta = 10 r \cos \theta$$

$$\text{বা, } r^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) = 10 r \cos \theta$$

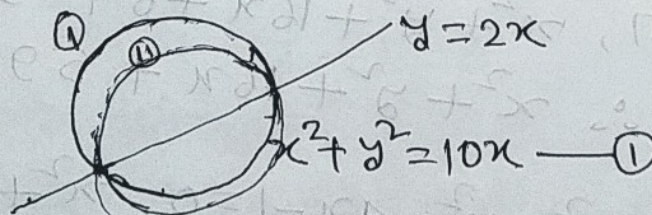
$$\text{বা, } r^2 = 10 r \cos \theta$$

$$\therefore r = 10 \cos \theta \quad [\text{r দ্বারা ভাগ}]$$

ইহাই দোলার আকার সমীকরণ।

$$\text{Ans. } r = 10 \cos \theta$$

উ(খ)নং প্রশ্নের উত্তর



বিদ্যমান দত্ত, সহকারী অধ্যাপক (পদবি)
বেঙ্গল পাবনিক স্কুল ও কলেজ চট্টগ্রাম

দুটি বৃত্তের সমীকরণ, $x^2 + y^2 = 10x$ — (i) [দ্রষ্টব্য ০২]

এবং রেখা, $y = 2x$ — (ii)

অনেকের, (i) ও (ii) নং সমীকরণ দুটোর সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 - 10x + k(y - 2x) = 0 \quad \text{--- (iii)}$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 10x - 2kx + ky = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 2(k+5)x + ky = 0$$

এই বৃত্তটির কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(-g, -f) = (k+5, -\frac{k}{2})$

∴ (ii) নং রেখাটি ব্যাস, তাই কেন্দ্র অবস্থিতি $(k+5, -\frac{k}{2})$

এবং উপর অবস্থিতি,

$$\therefore \text{(ii) নং বৃত্তে বসে, } -\frac{k}{2} = 2(k+5)$$

$$\text{বা, } -k = 4k + 20$$

$$\text{বা, } -5k = 20$$

$$\therefore k = -4$$

(iii) নং এ k এর মান বসিয়ে পাঠে,

$$x^2 + y^2 - 10x - 4(y - 2x) = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 10x - 4y + 8x = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0, \text{ ইহা বৃত্তের সমীকরণ।}$$

$$\text{Ans. } x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$$

বেদান্ত দাবানলিক শুল্ল ও কলহ, চট্টোপাধ্যায়

৫(গ) নং প্র. উত্তর

প্র. ২৪

মনে করি, $A(3,4)$ কেন্দ্রিক বৃত্তের সমীকরণ,

$$(x-3)^2 + (y-4)^2 = r^2 \quad \text{--- (i)}$$

দ্বিতীয়কল্প ০২ অনুসারে ছেদিত বৃত্ত,

$$x^2 + y^2 = 9 \quad \text{--- (ii)}$$

এর কেন্দ্র $(0,0)$ এবং ব্যাসার্ধ, $r_1 = 3$.

অর্থাৎ, (i) ও (ii) পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করলে,

কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব = ব্যাসার্ধদ্বয়ের যোগফল

$$\text{বা, } \sqrt{(3-0)^2 + (4-0)^2} = r + r_1$$

$$\text{বা, } \sqrt{9+16} = r + 3$$

$$\text{বা, } r + 3 = 5$$

$$\text{বা, } r = 2$$

১ নং এ $r = 2$ বসিয়ে পাই, $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 2^2$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 6x - 8y + 21 = 0$$

আবার, অনুস্পর্শ করলে,

$$|r - r_1| = \text{কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব}$$

$$\text{বা, } |r - 3| = \sqrt{9+16} = 5$$

$$\text{বা, } \pm(r-3) = 5$$

$$(+) \text{ এর, } r-3=5 \text{ বা } r=8$$

$$(-) \text{ এর, } -r+3=5 \text{ বা, } r=-2 \quad [\text{গ্রহণযোগ্য নয়}]$$

১ নং এ $r = 8$ বসিয়ে পাই,

$$(x-3)^2 + (y-4)^2 = (8)^2$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 6x - 8y + 9 + 16 - 64 = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 6x - 8y - 39 = 0$$

$$\text{Ans, } x^2 + y^2 - 6x - 8y + 21 = 0, \quad x^2 + y^2 - 6x - 8y - 39 = 0$$