BD's Mathematics Suggestions

বিষয় ঃ উচ্চতর গণিত ২য় পত্র

বিষয় কোড ঃ 266

এইচ. এস. সি- ২০২০

সম্ভাব্য প্রশ্নাবলি

বীজগণিত ও ত্রিকোণমিতি

☛ বাস্তব সংখ্যা ও অসমতা ঃ

১। a, b ∈ R হলে প্রমাণ কর যে, i) $|a-b| \geq |a|-|b|$ ii) $|a-b| \leq |a|+|b|$ iii) $|a+b| \leq |a|+|b|$

২। a, b ∈ R হলে প্রমাণ কর যে, $(ab)^{-1} = a^{-1}b^{-1}$

৩। অসমতাটিকে পরম মান চিহ্ন ব্যবহার না করে প্রকাশ কর: $\frac{1}{|3x-4|} > 8$

৪। অসমতাটিকে পরম মান চিহ্ন ব্যবহার করে প্রকাশ কর: i) $-7 < x < -1$ ii) $-\frac{2}{3} \leq x \leq 2$

৫। সমাধান কর এবং সমাধান সেটের সংখ্যারেখা আঁক ঃ $|2x+3| > 7$

৬। a, b, c ∈ R এবং $a+b = a+c$ হলে প্রমাণ কর যে, $b = c$

৭। a, b, c ∈ R এবং $a > b$ হলে প্রমাণ কর যে, $a + c > b + c$

৮। মান নির্ণয় কর: $\left||2-|-5|-|-2|+|-9|-|-13|\right|$

৯। প্রমাণ কর যে, $\sqrt{3}$ একটি অমূলদ সংখ্যা। ১০। $|x-1| < \frac{1}{10}$ হলে প্রমাণ কর, $|x^2-1| < \frac{21}{100}$

১১। সমাধান কর এবং সমাধান সেটের সংখ্যারেখা আঁক ঃ $\frac{x-1}{x-3} \geq \frac{x-2}{x-4}$

১২। সংখ্যারেখা / লেখচিত্রের মাধ্যমে সমাধান কর ঃ i) $x^2 \leq 4x$ ii) $x^2 \geq |x|$

☛ যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রাম ঃ

১। সর্বনিম্নকরণ/সর্বোচ্চকরণ কর:

ক) $z = 2x + y$ শর্ত ঃ $x + 2y \leq 10,\ x + y \leq 6,\ x \leq 4,\ x, y \geq 0$

খ) $z = 2x - y$ শর্ত ঃ $x + y \leq 10,\ x + 2y \leq 16,\ 4x + 3y \geq 24,\ x, y \geq 0$

গ) $z = 3x + 5y$ শর্ত ঃ $x + y \leq 10,\ 3x - 4y \leq 26,\ 5x + y \geq 30,\ -x + 4y \leq 2,\ x, y \geq 0$

ঘ) $z = 2x - 5y$ শর্ত ঃ $x + 2y \leq 10,\ 2x + 3y \leq 12,\ x \geq 2,\ y \geq 1$

২। এক ব্যক্তি 500 টাকার মধ্যে কমপক্ষে 6 খানা গামছা ও 4 খানা তোয়ালে কিনতে চায়। প্রতিটি গামছা ও তোয়ালের দাম যথাক্রমে 30 টাকা ও 40 টাকা। প্রত্যেক প্রকারের কতখানা জিনিস কিনলে সে প্রদত্ত শর্তাধীনে সর্বাপেক্ষা বেশি সংখ্যক জিনিস কিনতে পারবে?

৩। একটি লোক সর্বাধিক 100 টাকা ব্যয় করে কয়েকখানা থালা ও গ্লাস কিনতে চান। প্রতিটি থালা ও গ্লাসের মূল্য যথাক্রমে 12 টাকা ও 8 টাকা। অন্তত 1 খানা থালা ও 8 টির বেশি গ্লাস তিনি কিনবেন না। উপরোক্ত টাকায় তিনি কোন প্রকারের কতগুলো জিনিস কিনলে একত্রে সর্বাধিক সংখ্যক জিনিস কিনতে পারবেন?

৪। এক ব্যক্তি তাঁর বাগানে কমপক্ষে 12 টি নারকেলের চারা এবং 8 টি আমের চারা লাগাতে চান। প্রতিটি নারকেলের চারা ও আমের চারার মূল্য যথাক্রমে 20 টাকা এবং 30 টাকা। ঐ ব্যক্তি 600 টাকার বেশি ব্যয় না করে প্রত্যেক প্রকারের কতগুলো চারা কিনতে পারেন যাতে মোট চারার সংখ্যা সর্বাধিক হয়?

৫। এক ব্যক্তি 1,200 টাকা দিয়ে মাছের পোনা কিনতে চায়। 100 টি রুই মাছের পোনার দাম 60 টাকা এবং 100 কাতল মাছের পোনার দাম 30 টাকা হলে তিনি কোন মাছের কত পোনা কিনতে পারবেন যার মোট সংখ্যা সর্বাধিক 3000 হয়।

BEPZA Public College, Ct... Mathematics

৬। M ও C নামক দুই ধরনের খাদ্যের প্রোটিন ও শ্বেতসারের পরিমাণ ও তার মূল্য নিম্নরূপ দেওয়া হইল:

খাদ্য	প্রোটিন	শ্বেতসার	প্রতি কেজির মূল্য
M	8	10	40 টাকা
C	12	6	50 টাকা
দৈনিক ন্যূনতম প্রয়োজন	32	22	

কিভাবে সবচেয়ে কম খরচে দৈনন্দিন ন্যূনতম খাদ্য প্রয়োজন মেটানো যাবে তা যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামের মাধ্যমে নির্ণয় কর।

৭। এক ব্যক্তি X ও Y দুই ধরনের খাদ্য গ্রহণ করে। তিন ধরনের পুষ্টি N_1, N_2, N_3 এর পরিমাণ, খাদ্যের মূল্য ও পুষ্টির দৈনিক ন্যূনতম প্রয়োজন নিচের তালিকায় বর্ণনা করা হয়েছে

নাম	X	Y	দৈনিক ন্যূনতম প্রয়োজন
	1.00 টাকা	3.00 টাকা	
N_1	30	12	60
N_2	15	15	60
N_3	6	18	36

যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামের সাহায্যে খাদ্যের এমন একটি সমন্বয় নির্ণয় কর যা সর্বনিম্ন খরচে ঐ ব্যক্তির দৈনিক প্রয়োজন মেটাবে।

2

জটিল সংখ্যা ঃ

- মডুলাস ও আর্গুমেন্ট নির্ণয় কর: $2-2i$, $-1+\sqrt{3}i$

১। মান নির্ণয় কর: i) $\sqrt{i}$ ii) $\sqrt[3]{-1}$ iii) $\sqrt[4]{i}$ iv) $\sqrt[4]{-81}$ v) $\sqrt[6]{-64}$

২। ω একের একটি কাল্পনিক ঘনমূল হলে মান নির্ণয় কর: i) $(1-\omega^2)(1-\omega^4)(1-\omega^8)(1-\omega^{10})(1+\omega^{14})$

ii) $(1-\omega+\omega^2)(1-\omega^2+\omega^4)(1-\omega^4+\omega^8)(1-\omega^8+\omega^{16})$

iii) $(x+y)^2+(x\omega+y\omega^2)^2+(x\omega^2+y\omega)^2=6xy$

৩। মান নির্ণয় কর: $\sqrt{[-3+3\sqrt{\{-3+3\sqrt{(-3+\ldots\ldots\infty)}\}}]}$

৪। বর্গমূল নির্ণয় কর: i) $2+i\sqrt{a^2-4}$ ii) $2i$ iii) $-8-6\sqrt{-1}$

৫। $x : y = a+ib : c+id$ হলে দেখাও যে, $(c^2+d^2)x^2-2(ac+bd)xy+(a^2+b^2)y^2=0$

৬। $z=x+iy$ হলে $3|z-1|=2|z-2|$ / $\arg\frac{z-2}{z+1}=\frac{\pi}{2}$ দ্বারা প্রকাশিত সঞ্চারপথের সমীকরণ নির্ণয় কর।

৭। $a+b+c=0$ এবং ω একের কাল্পনিক ঘনমূল। প্রমাণ কর, $(a+b\omega+c\omega^2)^3+(a+b\omega^2+c\omega)^3=27abc$

৮। a, b বাস্তব এবং $a^2+b^2=1$ হয়, দেখাও যে, x এর একটি বাস্তব মান $\frac{1-ix}{1+ix}=a-ib$ সমীকরণকে সিদ্ধ করে।

৯। ω একের একটি কাল্পনিক ঘনমূল এবং $x=p+q$, $y=p\omega+q\omega^2$, $z=p\omega^2+q\omega$ হলে প্রমাণ কর যে, $x^2+y^2+z^2=6pq$

১০। $x=-1+i\sqrt{2}$ হলে $(x^4+4x^3+6x^2+4x+9)$ এর মান নির্ণয় কর।

১১। $\sqrt[3]{a+ib}=x+iy$ দেখাও যে, $4(x^2-y^2)=\frac{a}{x}+\frac{b}{y}$ অথবা, $\sqrt[3]{a-ib}=x-iy$

১২। $(a+b\omega+c\omega^2)^2+(a\omega+b+c\omega^2)^2+(a\omega+b\omega^2+c)^2=0$, দেখাও যে, $a=c$ বা, $b=\frac{1}{2}(a+c)$

১৩। $\sqrt{2}x=-1+i$ হলে, প্রমাণ কর, $x^6+x^4+x^2+1=0$

বহুপদী ও বহুপদী সমীকরণ ঃ

১। $8x^3-42x^2+63x-27=0$ সমীকরণের মূলগুলো গুণোত্তর প্রগমন ভুক্ত হলে সমীকরণটি সমাধান কর।

২। $27x^3+6x-(a+2)=0$ এর একটি মূল অপরটির বর্গের সমান হলে a এর মান নির্ণয় কর।

৩। দুটি মূলের যোগফল শূন্য হলে, $4x^3+16x^2-9x-36=0$ সমীকরণটি সমাধান কর।

৪। দেখাও যে, $(a^4+b^4)x^2+4abcdx+(c^4+d^4)=0$ সমীকরণের মূল দুটি বাস্তব হলে তারা ভিন্ন হতে পারে না।

৫। a = b না হলে দেখাও যে, $2x^2-2(a+b)x+(a^2+b^2)=0$ সমীকরণের মূলগুলো বাস্তব হতে পারে না।

Biddhan Dutta Assistant Professor in Mathematics, BEPZA Public College, C

৬। যদি $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ সমীকরণের মূলগুলো a, b, c হয়, তবে $\sum \frac{1}{b^2c^2}$ এর মান নির্ণয় কর।

৭। $3x^3 - 2x^2 + 1 = 0$ সমীকরণের মূলগুলো α, β, γ হলে $\sum\alpha^2\beta$-এর মান নির্ণয় কর।

৮। $\frac{1}{x}+\frac{1}{p-x}=\frac{1}{q}$ সমীকরণের মূল দুইটির অন্তর r হলে, p-কে q এবং r-এর মাধ্যমে প্রকাশ কর।

৯। যদি $x^2 - bx + c = 0$ এবং $x^2 - cx + b = 0$ সমীকরণের মূলগুলোর মধ্যে কেবল একটি ধ্রুবকের পার্থক্য থাকে, তবে প্রমাণ কর যে, $b + c + 4 = 0$

১০। $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের মূল দুইটি α এবং β হলে $(a\alpha + b)^{-2} + (a\beta + b)^{-2}$ এর মান নির্ণয় কর।

১১। যদি $ax^2 + bx + c = 0$-এর একটি মূল $cx^2 + bx + a = 0$ এর একটি মূলের দ্বিগুণ হয়, দেখাও যে, $2a = c$ অথবা $(2a + c)^2 = 2b^2$

১২। $(h^2 - a^2)x^2 - 2hkx + (k^2 - b^2)$ রাশিটি পূর্ণবর্গ হলে প্রমাণ কর, $\frac{h^2}{a^2}+\frac{k^2}{b^2}=1$

১৩। $x^2 + kx - 6k = 0$ ও $x^2 - 2x - k = 0$ সমীকরণ দুটির একটি সাধারন মূল থাকলে k এর মান নির্ণয় কর।

১৪। $ax^2 + bx + c = 0$ ও $cx^2 + bx + a = 0$ সমীকরণ দুটির একটি সাধারন মূল থাকলে প্রমাণ কর, $c + a = \pm b$

১৫। $ax^2 + bx + 1 = 0$ ও $bx^2 + ax + 1 = 0$ সমীকরণ দুটির একটি সাধারন মূল থাকলে প্রমাণ কর, $a + b + 1 = 0$

১৬। $x^2 + px + q = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় ক্রমিক পূর্ণ সংখ্যা বা মূলগুলোর পার্থক্য 1, প্রমাণ কর যে, $p^2 + 4q^2 = (1 + 2q)^2$

১৭। $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের মূল দুইটি α এবং β। ক) $\alpha+\frac{1}{\beta}, \beta+\frac{1}{\alpha}$ খ) $\frac{\alpha+\beta}{2}, \sqrt{\alpha\beta}$ মূল বিশিষ্ট সমীকরণ নির্ণয় কর।

১৮। $x^3 - px^2 + qx - r = 0$ সমীকরণের মূলগুলো α, β, γ হয়, তবে $\alpha\beta+\frac{1}{\gamma}, \beta\gamma+\frac{1}{\alpha}, \gamma\alpha+\frac{1}{\beta}$ মূল বিশিষ্ট সমীকরণ নির্ণয় কর।

১৯। $x^3 + px + q = 0$ সমীকরণের মূলগুলো α, β, γ হলে $\frac{\alpha+\beta}{\gamma^2}, \frac{\beta+\gamma}{\alpha^2}, \frac{\gamma+\alpha}{\beta^2}$ মূল বিশিষ্ট সমীকরন নির্ণয় কর।

২০। যদি $px^2 + qx + q = 0$ সমীকরণের মূল দুইটির অনুপাত m ঃ n হয়, তবে দেখাও যে, $\sqrt{\frac{m}{n}}+\sqrt{\frac{n}{m}}+\sqrt{\frac{q}{p}}=0$

২০। $x^4 - 13x^3 + 61x^2 - 107x + 58 = 0$ সমীকরণের একটি মুল $5 + 2i$ হলে অপর মূলগুলো নির্ণয় কর।

দ্বিপদী উপপাদ্য ঃ

১। $\left(2x^2-\frac{3}{x}\right)^{11}$ বিস্তৃতিতে x^{10} এর সহগ নির্ণয় কর।

২। $\left(2x+\frac{1}{6x}\right)^{10}$ এবং $\left(2x-\frac{1}{4x^2}\right)^{12}$ বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদের মান নির্ণয় কর।

৩। $\left(x^2+\frac{3a}{x}\right)^{15}$ এর বিস্তৃতিতে x^{18} এর সহগ নির্ণয় কর।

৪। $(a + 2x)^n$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ 320 হলে a এর মান নির্ণয় কর।

৫। $(1 + x)^{44}$ -এর বিস্তৃতিতে 21 তম ও 22 তম পদ দুটি সমান হলে, x এর মান নির্ণয় কর।

৬। $(1 + x)^n$ এর বিস্তৃতিতে তিনটি ক্রমিক পদের সহগের অনুপাত 1 ঃ 7 ঃ 42 হলে, n-এর মান নির্ণয় কর। $(n \in N)$

৭। $(a + 3x)^n$ এর বিস্তৃতিতে প্রথম তিনটি পদ যথাক্রমে $b, \frac{21}{2}bx$ ও $\frac{189}{4}bx^2$ হলে a, b ও n এর মান নির্ণয় কর।

৮। $\left(3x^2-\frac{1}{2x}\right)^{10}$ বিস্তৃতিতে ৯ম পদের সহগ ও মধ্যপদ নির্ণয় কর।

৯। $\left(3+\frac{x}{2}\right)^n$ বিস্তৃতিতে x^7 ও x^8 এর সহগ সমান হলে n এর মান নির্ণয় কর।

Bidhan Dutta, Assistant Professor in Mathematics, BEPZA Public College, Ctg.

১০। $(4x+3)^{34}$ এর বিস্তৃতিতে দুইটি ক্রমিক পদের সহগ সমান হলে x এর ঘাত নির্ণয় কর।

১১। দেখাও যে, $\left(x-\frac{1}{x}\right)^{2n}$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ $\frac{1.3.5......(2n-1).(-2)^n}{n!}$

১২। প্রমাণ কর যে, $(1-5x+6x^2)^{-1}$ এর বিস্তৃতিতে x^n এর সহগ $3^{n+1}-2^{n+1}$

১৩। $\frac{x}{(1-ax)(1-bx)}$ এর বিস্তৃতিতে x^n এর সহগ নির্ণয় কর।

১৪। বৈধতা পরীক্ষা করে দেখাও যে, $(1-4x)^{-\frac{1}{2}}$ এর বিস্তৃতিতে x^r এর সহগ $\frac{(2r)!}{(r!)^2}$

১৫। বৈধতা পরীক্ষা করে প্রমাণ কর যে, $(1-2x)^{-\frac{1}{2}}$ এর বিস্তৃতিতে $(r+1)$ তম পদের সহগ $\frac{(2r)!}{(r!)^2.2^r}$

১৬। $y=3x+6x^2+10x^3+.........\infty$ হলে তাহলে x কে y এর শক্তির ঊর্ধ্বক্রম ধারায় ৩য় পদ পর্যন্ত প্রকাশ কর।

১৭। যদি $y=x+x^2+x^3+x^4+.......\infty$ হয় তাহলে $x=y-y^2+y^3-y^4+.........\infty$

১৮। $\frac{1}{3.4.5}+\frac{2}{4.5.6}+\frac{3}{5.6.7}+......$ ধারার অভিসৃতি ব্যাখ্যা কর।

Bidhan Dutta, Assistant Professor in Mathematics, BEPZA Public College, Ctg.

ত্রিকোণমিতি

ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ ঃ

১। সমাধান করঃ $\sqrt{3}\cos x+\sin x=1$, যখন $-2\pi<x<2\pi$

২। সমাধান করঃ $4\cos x\cos 2x\cos 3x=1$, যখন $0<x<\pi$

৩। সমাধান করঃ $\cos x+\cos 3x+\cos 5x+\cos 7x=0$, যখন $0<x<\pi$

৪। সমাধান করঃ $\sqrt{3}\sin x-\cos x=2$, যখন $-2\pi<x<2\pi$

৫। সমাধান করঃ $3\tan^2\theta-4\sqrt{3}\sec\theta+7=0$, যখন $0<\theta<2\pi$

৬। সমাধান করঃ $\sec^2\frac{\theta}{2}=2\sqrt{2}\tan\frac{\theta}{2}$, যখন $0<\theta<2\pi$

৭। সমাধান করঃ $\tan x+\tan 2x+\tan 3x=0$

৮। সমাধান করঃ $\cos\theta-\cos 7\theta=\sin 4\theta$

৯। সমাধান করঃ $\sin 7x-\sqrt{3}\cos 4x=\sin x$,

১০। সমাধান করঃ $\cos x+\sin x=\cos 2x+\sin 2x$

১১। সমাধান করঃ $\sqrt{2}\cos 3x-\cos x=\cos 5x$

১২। সমাধান করঃ $\sqrt{2\sin 2x}=\sin x+\cos x$

১৩। সমাধান করঃ $\cot\theta+\tan\theta=2\sec\theta$, যখন $-2\pi<x<2\pi$

১৪। সমাধান করঃ $\sqrt{3}(\tan x\tan 2x-1)+\tan x+\tan 2x=0$

১৫। সমাধান করঃ $\tan x.\tan 2x=1$

১৬। সমাধান করঃ $2\cos^2x+\cos^2 2x=2$

বিপরীত বৃত্তীয় ফাংশন ঃ

১। প্রমাণ কর, $\sin^{-1}\frac{3}{5}+\frac{1}{2}\cos^{-1}\frac{5}{13}-\cot^{-1}2=\tan^{-1}\frac{28}{29}$

২। প্রমাণ কর, $\sec^{-1}\frac{13}{5}-\operatorname{cosec}^{-1}\frac{\sqrt{5}}{2}=\cot^{-1}\frac{29}{2}$

৩। প্রমাণ কর, $\cos^{-1}\sqrt{\frac{2}{3}}-\cos^{-1}\frac{\sqrt{6}+1}{2\sqrt{3}}=\frac{\pi}{6}$

৪। প্রমাণ কর, $\sin^{-1}\frac{1}{3}+\cos^{-1}\sqrt{\frac{2}{3}}=\tan^{-1}\sqrt{2}$

৫। প্রমাণ কর, $\sec^2(\tan^{-1}2)+\operatorname{cosec}^2(\cot^{-1}3)=15$

৬। ক. মান নির্ণয় কর $\sin\cot^{-1}\tan\cos^{-1}\frac{3}{4}$

খ. প্রমাণ কর $\sin\cot^{-1}\cos\tan^{-1}x=\sqrt{\frac{1+x^2}{2+x^2}}$

Bidhan Dutta, Assistant Professor in Mathematics, BEPZA Public College, Ctg.

BD's Mathematics Suggestions

। প্রমাণ কর, $\tan(2\tan^{-1}x) = 2\tan(\tan^{-1}x + \tan^{-1}x^3)$

৮। যদি $\sin(\pi\cos\theta) = \cos(\pi\sin\theta)$ হয়, তবে দেখাও যে, $\theta = \pm\frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{3}{4}$

৯। প্রমাণ কর যে, $\cos(2\tan^{-1}\frac{1}{7}) = \sin(4\tan^{-1}\frac{1}{2})$ ১০। প্রমাণ কর: $\sin^2(\cos^{-1}\frac{1}{3}) - \cos^2(\sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}) = \frac{2}{9}$

১১। প্রমাণ কর, $2\tan^{-1}x = \sin^{-1}\frac{2x}{1+x^2} = \cos^{-1}\frac{1-x^2}{1+x^2} = \tan^{-1}\frac{2x}{1-x^2}$

১২। $\cos^{-1}\frac{x}{a} + \cos^{-1}\frac{y}{b} = \theta$ হলে, প্রমাণ কর, $\frac{x^2}{a^2} - \frac{2xy\cos\theta}{ab} + \frac{y^2}{b^2} = \sin^2\theta$

১৩। প্রমাণ কর যে, $\sin^{-1}\left(\sqrt{2}\sin A\right) + \sin^{-1}\left(\sqrt{\cos 2A}\right) = \frac{\pi}{2}$

১৪। প্রমাণ কর যে, $2\tan^{-1}\left(\text{cosec}\tan^{-1}x - \tan\cot^{-1}x\right) = \tan^{-1}x$

১৫। প্রমাণ কর, $\cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{3}{5} + \tan^{-1}\frac{1}{3} = \tan^{-1}2$

১৬। $\sin^{-1}x + \sin^{-1}y = \frac{\pi}{2}$ হলে, প্রমাণ কর, $x^2 + y^2 = 1$

১৭। প্রমাণ কর যে, $2\tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{a-b}{a+b}}\tan\frac{\theta}{2}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{b + a\cos\theta}{a + b\cos\theta}\right)$

জ্যামিতি, বলবিদ্যা ও পরিসংখ্যান

কণিক

পরাবৃত্ত :

১। $x^2 + 2y - 8x + 7 = 0$ বা, $3y^2 = 12y + 10x - 18$ বা, $5x^2 + 30x + 2y + 59 = 0$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু, উপকেন্দ্র , দিকাক্ষ ও অক্ষের সমীকরণ নির্ণয় কর।

২। $y^2 = 4px$ পরাবৃত্তটি $(3, -2)$ বিন্দু দিয়ে গমন করলে এর উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য এবং উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

৩। $y^2 = 16x$ পরাবৃত্তের উপরস্থ কোন বিন্দুর উপকেন্দ্রিক দূরত্ব 6 হলে ঐ বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

৪। $(1, 1)$ উপকেন্দ্র ও $3x + 4y = 1$ দিকাক্ষবিশিষ্ট পরাবৃত্তের সমীকরণ ও তার অক্ষের সমীকরণ বের কর।

৫। $x - y + 2 = 0$ সরলরেখাটি কোন পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দুতে তার অক্ষের উপর লম্ব এবং উপকেন্দ্র $(1, -1)$ বিন্দুতে অবস্থিত। পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

৬। একটি পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার শীর্ষ $(3, 1)$ বিন্দুতে অবস্থিত এবং যার দিকাক্ষের সমীকরণ $4x + 3y - 5 = 0$

৭। $y = ax^2 + bx + c$ পরাবৃত্তটির শীর্ষ $(-2, 3)$ বিন্দুতে অবস্থিত এবং এটি $(0,5)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে। a, b, c এর মান নির্ণয় কর।

৮। একটি পরাবৃত্তের শীর্ষ $(4, -3)$ ও নিয়ামক রেখা x অক্ষের সমান্তরাল এবং $(-4, -7)$ বিন্দু দিয়ে যায়। পরাবৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

৯। পরাবৃত্তের শীর্ষ $(0, 0)$ এবং উপকেন্দ্র $(3, 4)$ । দিকাক্ষ, অক্ষের ও পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

১০। $y^2 = 12x$ পরাবৃত্তের একটি স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর যা $x + 2y = 1$ রেখার উপর লম্ব।

১১। $lx + my + n = 0$ রেখাটি $y^2 = 4px$ পরাবৃত্তকে স্পর্শ করার শর্ত নির্ণয় কর।

উপবৃত্ত :

১। P এর মান কত হলে $Px^2 + 4y^2 = 1$ উপবৃত্তটি $(1, 0)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করবে? এর উৎকেন্দ্রিকতা এবং উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

২। $25x^2 + 16y^2 = 400$ উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা, উপকেন্দ্র দুইটির স্থানাঙ্ক, উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য ও সমীকরণ এবং দিকাক্ষের সমীকরণ নির্ণয় কর।

৩। উপবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার উৎকেন্দ্রিকতা $\frac{1}{\sqrt{3}}$ এবং উপকেন্দ্রের স্থানাংক $(-2, 3)$ এবং দিকাক্ষ $x - y + 7 = 0$

৪। স্থানাঙ্কের অক্ষ দুটি উপবৃত্তের অক্ষ ধরে $(2, 2)$ ও $(3, 1)$ বিন্দু দিয়ে যায় এমন উপবৃত্তের সমীকরণ, উৎকেন্দ্রিকতা ও উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

d_bidhan@yahoo.com ☏ 01819326178

Bidhan Dutta, Assistant Professor in Mathematics, BEPZA Public College Ct

৫। স্থানাঙ্কের অক্ষ দুটি উপবৃত্তের অক্ষ ধরে উপবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার উৎকেন্দ্রিকতা $\frac{4}{5}$ এবং উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(0, \pm 4)$।

৬। উপবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার উৎকেন্দ্রিকতা $\frac{4}{5}$ এবং যা $(\frac{10}{3}, \sqrt{5})$ বিন্দু দিয়ে যায়।

৭। উপবৃত্তের অক্ষ দুটি স্থানাঙ্কের অক্ষ ও উপকেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যকার দূরত্ব 8 এবং দিকাক্ষদ্বয়ের দূরত্ব 18 হলে উপবৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

৮। স্থানাঙ্কের অক্ষ দুটি উপবৃত্তের অক্ষ ধরে উপবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার উৎকেন্দ্রিকতা $\frac{1}{3}$ এবং উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য 8।

৯। উপবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার উৎকেন্দ্রিকতা $\frac{1}{3}$ এবং উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(3, 4)$ এবং দিকাক্ষ $x + y - 2 = 0$

১০। $4x^2 + 5y^2 - 16x + 10y + 1 = 0$ কণিকের প্রকৃতি নির্ণয় করে শীর্ষবিন্দু, উৎকেন্দ্রিকতা, উপকেন্দ্র, দিকাক্ষ ও অক্ষের সমীকরণ নির্ণয় কর।

১১। প্রমাণ কর, $x - y - 5 = 0$ রেখাটি $9x^2 + 16y^2 = 144$ উপবৃত্তকে স্পর্শ করে। স্পর্শবিন্দু নির্ণয় কর।

☛ **অধিবৃত্ত ঃ**

১। $x^2 - 3y^2 - 2x - 8 = 0$ কণিকের প্রকৃতি, শীর্ষবিন্দু, উৎকেন্দ্রিকতা, উপকেন্দ্র, দিকাক্ষ ও অক্ষের সমীকরণ নির্ণয় কর।

২। অধিবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার উৎকেন্দ্রিকতা $\sqrt{5}$ এবং উপকেন্দ্র $(1, -8)$ এবং দিকাক্ষ $3x - 4y = 10$।

৩। একটি অধিবৃত্তের উপকেন্দ্র দুটির দূরত্ব 16 এবং উৎকেন্দ্রিকতা $\sqrt{2}$। স্থানাঙ্কের অক্ষ দুইটিকে অধিবৃত্তের অক্ষ ধরে এর সমীকরণ নির্ণয় কর।

৪। স্থানাঙ্কের অক্ষ দুইটিকে অধিবৃত্তের অক্ষ ধরে এমন একটি অধিবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার অনুবন্ধী অক্ষের দৈর্ঘ্য 24 এবং উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(0, \pm 13)$।

৫। দেখাও যে, $x^2 - 8y^2 = 2$ অধিবৃত্তের দিকাক্ষ $3x = \pm 4$ এবং উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

৬। $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$ অধিবৃত্তের উপকেন্দ্র দুইটির স্থানাঙ্ক, উৎকেন্দ্রিকতা, দিকাক্ষ ও অসীমতট দুটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

স্থিতিবিদ্যা

☛ **সমবিন্দু বল ঃ** উপপাদ্য ঃ ১। এক বিন্দুতে ক্রিয়াশীল দুইটি বলের লব্ধির মান ও দিক নির্ণয় কর।
২। লামির উপপাদ্য লিখ এবং প্রমাণ কর। ৩। লম্বাংশের উপপাদ্য লিখ এবং প্রমাণ কর।

সমস্যাবলি ঃ

১। θ কোণে ক্রিয়ারত P, Q মানের বলদ্বয়ের লব্ধি $(2m+1)\sqrt{P^2+Q^2}$, উক্ত কোণটি $90° - \theta$ হলে লব্ধির মান $(2m-1)\sqrt{P^2+Q^2}$ হয়। প্রমাণ কর যে, $\tan\theta = \frac{m-1}{m+1}$

২। কোন বিন্দুতে ক্রিয়ারত P ও Q বলদ্বয়ের লব্ধি R এবং P এর দিক বরাবর R এর লম্বাংশ Q হলে দেখাও যে, বলদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ $2\sin^{-1}(\sqrt{\frac{P}{2Q}})$

৩। কোন বিন্দুতে ক্রিয়ারত P ও Q মানের দুইটি বলের লব্ধি তাদের অন্তর্গত কোণকে এক-তৃতীয়াংশে বিভক্ত করে। দেখাও যে, তাদের অন্তর্গত কোণের পরিমাণ $\cos^{-1}\frac{P}{2Q}$ এবং লব্ধির মান $\frac{P^2-Q^2}{Q}, (P>Q)$

৪। সমমানের দুটি বল কোন বিন্দুতে 2α কোণে ক্রিয়ারত থাকলে যে লব্ধি উৎপন্ন হয়, তা তারা 2β কোণে ক্রিয়ারত থাকলে যে লব্ধি হয় তার দ্বিগুণ। দেখাও যে, $\cos\alpha = 2\cos\beta$

৫। P এবং Q বলদ্বয় θ কোণে ক্রিয়াশীল। বল দুটি অবস্থান বিনিময় করলে তাদের লব্ধি ϕ কোণে সরে যায়। দেখাও যে, $(P+Q)\tan\frac{\phi}{2} = (P-Q)\tan\frac{\theta}{2}$

৬। $P+Q$ এবং $P-Q$ বলদ্বয় 2α কোণে ক্রিয়াশীল এবং তাদের লব্ধি তাদের অন্তর্গত কোণের সমদ্বিখণ্ডক রেখার সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে। দেখাও যে, $P\tan\theta = Q\tan\alpha$.

Bidhan Dutta, Assistant Professor in Mathematics, BEPZA Public College, Ctg.

৭। P, Q, R বল তিনটি ABC ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু হতে যথাক্রমে তাদের বিপরীত বাহুর লম্বাভিমুখী দিকে ক্রিয়ারত থেকে ভারসাম্য সৃষ্টি করেছে। প্রমাণ কর যে, $P : Q : R = a : b : c$।

৮। IA, IB, IC বরাবর যথাক্রমে P, Q, R বল তিনটি ক্রিয়া করে সাম্যাবস্থায় আছে। যেখানে I, ΔABC এর অন্তঃকেন্দ্র। দেখাও যে, i) $P : Q : R = \cos\frac{A}{2} : \cos\frac{B}{2} : \cos\frac{C}{2}$

ii) $P^2 : Q^2 : R^2 = a(b+c-a) : b(c+a-b) : c(a+b-c)$

৯। a দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি হাল্কা মসৃণ তারের দুই প্রান্ত একই অনুভূমিক রেখার d দূরত্বে দুইটি বিন্দুতে বাঁধা আছে। W ওজনের একটি মসৃণ আংটি, তার বরাবর বিনা বাধায় গড়িয়ে চলাচল করতে পারে। তারের টান $= \frac{Wa}{2\sqrt{a^2 - d^2}}$

১০। OA, OB, OC বরাবর যথাক্রমে P, Q, R বল তিনটি ক্রিয়া করে সাম্যাবস্থায় আছে। যেখানে O, ΔABC এর পরিকেন্দ্র। দেখাও যে, $P : Q : R = \left(\frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} - \frac{a^2}{b^2c^2}\right) : \left(\frac{1}{c^2} + \frac{1}{a^2} - \frac{b^2}{c^2a^2}\right) : \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} - \frac{c^2}{a^2b^2}\right)$

১১। 5P এবং 7P বল দুটি O বিন্দুতে ক্রিয়া করে, তাদের লব্ধি 9P। কোন ছেদক তাদের ক্রিয়ারেখাকে যথাক্রমে L, M, N বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ কর, $\frac{5}{OL} + \frac{7}{OM} = \frac{9}{ON}$

১২। ABC সুতাটির দুই প্রান্ত একই অনুভূমিক রেখায় A ও B বিন্দুতে আবদ্ধ আছে। সুতাটির C বিন্দুতে W ওজনের একটি বস্তুকে গিঠ দিয়ে বাঁধা হয়েছে। ABC ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য a, b, c এবং ক্ষেত্রফল Δ হলে, দেখাও যে, সুতাটির CA অংশের টান $\frac{Wb}{4c\Delta}(c^2 + a^2 - b^2)$

১৩। l দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি সুতার এক প্রান্ত একটি উলম্ব দেওয়ালের শীর্ষবিন্দুতে বাঁধা আছে। অপর প্রান্ত a ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি গোলকের পৃষ্ঠতলের সাথে বাঁধা আছে। গোলকটির ওজন W হলে প্রমাণ কর, সুতার টান $= \frac{W(a+l)}{\sqrt{2al + l^2}}$ এবং দেওয়ালের প্রতিক্রিয়া বলের মান নির্ণয় কর।

১৪। P ও Q বলদ্বয় যথাক্রমে একটি নত সমতলের দৈর্ঘ্য ও ভূমির সমান্তরালে থেকে প্রত্যেকেই এককভাবে মসৃণ তলের উপরস্থ W ওজনের বস্তু বহন করতে পারে। প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{P^2} - \frac{1}{Q^2} = \frac{1}{W^2}$।

সমতলীয় বলজোট ঃ

সমস্যাবলি ঃ

১। একজন লোক একটি লাঠির একপ্রান্তে W ওজনের একটি বোঝা কাঁধে বহন করছে। লোকটি কাঁধ হতে বোঝাটির ও লোকটির হাতের দূরত্ব যথাক্রমে a ও x হলে দেখাও যে, তার কাঁধের উপর চাপ $W(1 + \frac{a}{x})$ হবে।

২। P ও Q দুইটি সমমুখী সমান্তরাল বলের Q কে $\frac{P^2}{Q}$ দ্বারা পরিবর্তন করে P এর সাথে স্থান পরিবর্তন করলে দেখাও যে, লব্ধির অবস্থান অপরিবর্তিত থাকে।

৩। কোন ত্রিভুজের কৌণিক বিন্দুগুলোতে P, Q, R মানের তিনটি সমমুখী সমান্তরাল বল ক্রিয়ারত আছে। এদের লব্ধি ঐ ত্রিভুজের ভরকেন্দ্রে ক্রিয়ারত হলে দেখাও যে, $P = Q = R$

৪। ABC ত্রিভুজের A, B, C কৌণিক বিন্দুতে যথাক্রমে P, Q, R মানের তিনটি সমমুখী সমান্তরাল বল ক্রিয়ারত আছে। তাদের লব্ধি ঐ ত্রিভুজের অন্তঃকেন্দ্রে ক্রিয়ারত হলে দেখাও যে, $P : Q : R = \sin A : \sin B : \sin C$

৫। O বিন্দুটি ABC ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র এবং AO বরাবর P মানের বলটি ক্রিয়া করছে। দেখাও যে, B ও C বিন্দুতে ক্রিয়ারত P বলের সমান্তরাল অংশকদ্বয়ের অনুপাত $\sin 2B : \sin 2C$.

৬। ABC ত্রিভুজের BC, CA, AB বাহু বরাবর যথাক্রমে $l.BC$, $m.CA$ এবং $n.AB$ মানের তিনটি বল ক্রিয়া করছে। যদি $l + m + n = 0$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, ক্রিয়ারত বলগুলোর লব্ধির দিক ত্রিভুজটির ভরকেন্দ্রগামী হবে।

Bidhan Dutta, Assistant Professor in Mathematics, BEPZA Public College, Ctg.

৭। P ও Q দুইটি সমমুখী সমান্তরাল বল। P বলটির ক্রিয়ারেখা সমান্তরাল রেখে তার ক্রিয়া বিন্দুকে d দূরত্বে সরালে, দেখাও যে, তাদের লব্ধি $\dfrac{pd}{P+Q}$ দূরে সরে যাবে।

৮। W ওজনের 2a দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি সুষম তক্তা b ব্যবধানে অবস্থিত দুটি খুঁটির উপর ভূমির সমান্তরালে অবস্থান করছে। তক্তাটিকে উল্টিয়ে না ফেলে প্রান্তদ্বয়ে যথাক্রমে আলাদা ভাবে W_1 ও W_2 ওজন রাখা যায়।

প্রমাণ কর, $\dfrac{W_1}{W+W_1}+\dfrac{W_2}{W+W_2}=\dfrac{b}{a}$

৯। P, Q, R বলত্রয় ΔABC এর অন্তঃকেন্দ্র I হতে IA, IB, IC বরাবর ক্রিয়া করে ভারসাম্য সৃষ্টি করে। প্রমাণ কর যে,

$P : Q : R = \cos\dfrac{A}{2} : \cos\dfrac{B}{2} : \cos\dfrac{C}{2}$

১০। P ও Q দুইটি বিপরীতমুখী সমান্তরাল বল A ও B বিন্দুতে ক্রিয়ারত। বলদ্বয়ের প্রত্যেককে x পরিমান বৃদ্ধি করলে দেখাও যে, তাদের লব্ধি $\dfrac{x}{P-Q}$ .AB দূরে সরে যাবে।

১১। একটি দন্ডের একপ্রান্ত হতে 2, 8, 6 মি দূরে তিনটি বিন্দুতে যথাক্রমে P, Q, R মানের সমান্তরাল বলত্রয় ক্রিয়ারত ; দন্ডটি ভারসাম্য অবস্থায় থাকলে দেখাও যে, $P : Q : R = 1 : 2 : 3$

১২। ABC ত্রিভুজের A, B, C কৌণিক বিন্দুতে যথাক্রমে P, Q, R মানের তিনটি সমমুখী সমান্তরাল বল ক্রিয়ারত আছে। তাদের লব্ধি ঐ ত্রিভুজের লম্ব কেন্দ্রগামী হলে, প্রমাণ কর যে, $\dfrac{P}{\tan A}=\dfrac{Q}{\tan B}=\dfrac{R}{\tan C}$

Bidhan Dutta, Assistant Professor in Mathematics, BEPZA Public College, Chittagong

গতিবিদ্যা

☛ সরলরেখায় বা সমতলে চলমান কণার গতি :

উপপাদ্য : ১। সচরাচর সংকেতমালায় প্রমাণ কর যে, $S = ut + \frac{1}{2}ft^2$ এবং $v^2 = u^2 + 2fs$.

২। u বেগে আনুভূমিক তলের সাথে α কোণে প্রক্ষিপ্ত বস্তুর সর্বোচ্চ উচ্চতা, বিচরন কাল ও আনুভূমিক পাল্লা নির্ণয় কর।

৩। u বেগে আনুভূমিক তলের সাথে α কোণে প্রক্ষিপ্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময় পর অবস্থান (x, y) এবং আনুভূমিক পাল্লা R হলে, প্রমাণ কর, ইহার গতিপথের সমীকরণ একটি পরাবৃত্ত এবং তা হতে দেখাও যে, $y = x(1-\frac{x}{R})\tan\alpha$

সমস্যাবলি :

১। একখানি নৌকা t সময়ে একটি নদী সোজাসুজি পাড়ি দিতে পারে এবং t_1 সময়ে স্রোতের অনুকূলে সমান দূরত্ব অতিক্রম করতে পারে। শান্ত নদীতে নৌকার বেগ u এবং স্রোতের বেগ v হলে, দেখাও যে, $t : t_1 = \sqrt{u+v} : \sqrt{u-v}$

২। স্রোতহীন অবস্থায় 100 মিটার প্রশস্ত একটি নদী একজন সাঁতারু 4 মিনিটে সোজাসুজি পার হতে পারেন। কিন্তু স্রোত থাকলে ঐ একই পথে তিনি নদীটি 5 মিনিটে অতিক্রম করতে পারেন। স্রোতের গতিবেগ নির্ণয় কর।

৩। দুইটি বেগের বৃহত্তম লব্ধি এদের ক্ষুদ্রতম লব্ধির n গুণ। বেগদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ α হলে, লব্ধি বেগের মান এদের সমষ্টির অর্ধেক হয়। দেখাও যে, $\cos\alpha = -\dfrac{n^2+2}{2(n^2-1)}$

৪। কোন কণার উপর একই সময়ে নির্দিষ্ট কোণে ক্রিয়াশীল u ও v বেগের লব্ধি w, দেখাও যে, v কে বিপরীতমুখী করে তার স্থলে $\dfrac{w^2-u^2}{v}$ বেগ প্রয়োগ করলে লব্ধির মান অপরিবর্তিত থাকবে।

৫। একটি স্টিমার পূর্বদিকে ঘন্টায় u কি.মি. বেগে এবং দ্বিতীয় স্টিমার পূর্বদিকের সাথে θ কোণে উত্তরমুখী দিকে ঘন্টায় 2u কি.মি. বেগে গতিশীল। ১ম স্টিমারের যাত্রীর নিকট ২য় স্টিমারের দিক উত্তর-পূর্ব বলে মনে হয়। দেখাও, $\theta = \frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{3}{4}$

Bidhan Dutta, Assistant Professor in Mathematics, BEPZA Public College, Ctg.

৬। কোন বিন্দুতে ক্রিয়ারত u ও v বেগদ্বয়ের লব্ধি w এবং u এর দিক বরাবর w এর লম্বাংশ v হলে দেখাও যে,

বেগদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ $\cos^{-1}(\frac{v-u}{v})$ এবং $w=\sqrt{v^2-u^2+2uv}$

৭। একটি বুলেট কোন দেওয়ালের ভিতর 2 সেমি প্রবেশ করার পর অর্ধেক বেগ হারায়। বুলেটটি দেওয়ালের ভিতর আর কত দূর প্রবেশ করবে?

৮। একটি বুলেট একটি তক্তা ভেদ করার পর $\frac{1}{20}$ অংশ বেগ হারায়। বুলেটটি থামবার পূর্বে মোট কতটি তক্তা ভেদ করবে?

৯। একখানা রেলগাড়ি এক স্টেশন হতে ছেড়ে 4 মিনিট পর 2 কিমি দূরে অন্য স্টেশনে গিয়ে থামে। গাড়িখানা তার গতিপথের প্রথম অংশ m সমত্বরণে এবং শেষ অংশ n সমমন্দনে চলে। প্রমাণ কর, $\frac{1}{m}+\frac{1}{n}=4$

১০। একটি রেলগাড়ি এক স্টেশন হতে ছেড়ে অন্য স্টেশনে গিয়ে থামে। গাড়িটি তার গতিপথের প্রথম $\frac{1}{m}$ অংশ সমত্বরণে, শেষ $\frac{1}{n}$ অংশ সমমন্দনে এবং অবশিষ্টাংশ সমবেগে চলে।

প্রমাণ কর যে, সর্বোচ্চ বেগ ও গড়বেগের অনুপাত $(1+\frac{1}{m}+\frac{1}{n}):1$

১১। সমত্বরণে চলন্ত কোন বিন্দু t_1, t_2, t_3 সময়ে যথাক্রমে সমান সমান ক্রমিক দূরত্ব অতিক্রম করে।

প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{t_1}-\frac{1}{t_2}+\frac{1}{t_3}=\frac{3}{t_1+t_2+t_3}$

১২। দুইটি ট্রেন একই রেলপথে যথাক্রমে u_1 এবং u_2 সমবেগে পরস্পরের দিকে অগ্রসর হচ্ছে। যখন এদের মধ্যবর্তী দূরত্ব x তখন ট্রেন দুইটিতে ব্রেক প্রয়োগের ফলে যথাক্রমে সর্বোচ্চ f_1 এবং f_2 মন্দনের সৃষ্টি হল। দেখাও যে, এদের মধ্যে সংঘর্ষ কোন রকমে এড়ানো সম্ভব যদি $u_1^2 f_2+u_2^2 f_1 \le 2 f_1 f_2 x$ হয়।

১৩। কোন সরলরেখায় সমত্বরণে চলন্ত কোন বিন্দুর গড়বেগ ধারাবাহিক t_1, t_2, t_3 সময়ে v_1, v_2, v_3 হলে,

দেখাও যে, $\frac{v_1-v_2}{v_2-v_3}=\frac{t_1+t_2}{t_2+t_3}$.

১৪। কোন সরলরেখায় f সমত্বরণে চলন্ত একটি কণা t সময়ে s দূরত্ব ও পরবর্তী t' সময়ে s' দূরত্ব অতিক্রম করে।

দেখাও যে, $f=2(\frac{s'}{t'}-\frac{s}{t})\div(t+t')$

১৫। কোন নির্দিষ্ট আনুভূমিক পাল্লার জন্য বিচরণকাল t_1 ও t_2 এবং প্রক্ষেপণ কোণ α ও β হলে

প্রমাণ কর, $\frac{t_1^2-t_2^2}{t_1^2+t_2^2}=\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}$

১৬। একজন খেলোয়াড় 3.5 মিটার উচ্চতায় ভূমির সাথে 30° কোণে 9.8 মি./সে. বেগে একটি ক্রিকেট বল ছুঁড়ে মারলে অপর একজন খেলোয়াড় 2.1 মিটার উঁচুতে এসে ধরে ফেলে। খেলোয়াড় দুজন কত দূরে ছিল?

১৭। 60 মিটার উঁচু একটি পাহাড়ের চূড়া থেকে আনুভূমিকের সাথে 30° কোণে 40 মিটার/সেকেন্ড বেগে একখণ্ড পাথর নিক্ষেপ করা হলে তা পাহাড়ের পাদদেশ থেকে কত দূরে গিয়ে পড়বে?

১৮। একটি বস্তু একই বেগে অনুভূমিক তলের সাথে দুইটি ভিন্ন কোণে প্রক্ষিপ্ত হয়ে একই অনুভূমিক পাল্লা R অতিক্রম করে। যদি তার ভ্রমণকাল t_1 এবং t_2 হয়, তবে দেখাও যে, $R=\frac{1}{2}g t_1 t_2$

১৯। একটি বস্তু একই বেগে আনুভূমিক তলের সাথে দুইটি ভিন্ন কোণে প্রক্ষিপ্ত হয়ে একই আনুভূমিক পাল্লা R এবং লব্ধ বৃহত্তম উচ্চতা H_1 এবং H_2 হলে দেখাও যে, $R=4\sqrt{H_1 H_2}$

Bidhan Dutta, Assistant Professor in Mathematics, BEPZA Public College, Ctg.

২০। u বেগে আনুভূমিক তলের সাথে α কোণে প্রক্ষিপ্ত কোন বস্তুর আনুভূমিক পাল্লা R, উড্ডয়নকাল T এবং সর্বোচ্চ উচ্চতা H হলে প্রমাণ কর, $g^2T^4 - 4T^2u^2 + 4R^2 = 0$

২১। একটি গোলা 9.8 মি. দূরে অবস্থিত 2.45 মিটার উচ্চ একটি দেওয়ালের ঠিক উপর দিয়ে আনুভূমিক ভাবে চলে যায়। গুলিটির প্রক্ষেপণ বেগের মান ও দিক নির্ণয় কর।

২২। একই আনুভূমিক তলের উপর অবস্থিত কোন লক্ষ্যবস্তুর দিকে α কোণে প্রক্ষিপ্ত একটি গোলা লক্ষ্যবস্তু অতিক্রম করে a মি. সামনে পড়ে আবার β কোণে প্রক্ষিপ্ত হলে তা লক্ষ্যবস্তুর b মিটার পিছনে গিয়ে পড়ে। সঠিক প্রক্ষেপণ কোণের মান কত?

২৩। u বেগে আনুভূমিক তলের সাথে α কোণে প্রক্ষিপ্ত কোন বস্তুর আনুভূমিক পাল্লা R এবং সর্বোচ্চ উচ্চতা H হলে প্রমাণ কর, $R = 4\sqrt{H\left(\frac{u^2}{2g} - H\right)}$

১৩

পরিসংখ্যান

সম্ভাবনা ও বিস্তার পরিমাপ

☞ **সম্ভাবনা :** সংজ্ঞা লিখ: ট্রায়াল, নমুনাক্ষেত্র, সমসম্ভাব্য ঘটনা, পরিপূরক ঘটনা, সম্পূর্ণ ঘটনা, স্বাধীন ঘটনা।

১। দুটি অবর্জনশীল বা অবিচ্ছিন্ন ঘটনার সম্ভাবনার যোগসূত্র লিখ এবং প্রমাণ কর।

২। দুটি অধীন ঘটনার সম্ভাবনার গুণনসূত্র লিখ এবং প্রমাণ কর।

৩। $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$, $P(A \cup B) = \frac{5}{6}$ হলে $P(B)$, $P(B')$ ও $P(\frac{A}{B})$ নির্ণয় কর।

৪। A ও B সম্পূর্ণ ঘটনা এবং $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.8$ হলে $P(A \cap B)$ নির্ণয় কর। A ও B স্বাধীন কিনা?

৫। $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$, $P(A \cup B) = \frac{5}{6}$ হলে $P(B')$ এর মান নির্ণয় কর।

৬। $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{3}{4}$, A ও B স্বাধীন হলে $P(A \cap B)$ এবং $P(A \cup B)$ এর মান নির্ণয় কর।

৭। একজন ছাত্রের বাংলায় ফেল করার সম্ভাবনা $\frac{1}{5}$, বাংলা ও ইংরেজিতে পাসের সম্ভাবনা $\frac{3}{4}$, এবং যেকোন একটিতে পাসের সম্ভাবনা $\frac{7}{8}$ হলে কেবল ইংরেজিতে পাসের সম্ভাবনা কত?

৮। 200 জন পরীক্ষার্থীর মধ্যে 40 জন গণিতে, 20 জন পরিসংখ্যানে এবং 15 জন উভয় বিষয়ে ফেল করে। একজন পরীক্ষার্থী দৈবভাবে নেওয়া হলো, সে গণিতে ফেল কিন্তু পরিসংখ্যানে পাস করার সম্ভাবনা কত।

৯। স্বাভাবিক সংখ্যাগুলোর 50 ও 60 এর মধ্যবর্তী সংখ্যাগুলো হতে নিরপেক্ষভাবে যে কোন একটি সংখ্যা বাছাই করলে সেটি (i) মৌলিক (ii) 8 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর।

১০। 52 খানা তাসের মধ্য হতে 1 টি তাস দৈবভাবে উঠানো হলো। তাসটি ক. লাল টেক্কা খ. লাল বা টেক্কা গ. হরতন বা গোলাম হবার ঘ. ছবিযুক্ত হবার সম্ভাবনা কত?

১১। 52 খানা তাস হতে 2 টি তাস দৈবভাবে উঠানো হলো। তাস দুটি ক. একই রংয়ের খ. ভিন্ন রংয়ের হবার সম্ভাবনা কত?

১২। একটি ছক্কা ও একটি মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপ করা হলে ছক্কায় জোড় সংখ্যা ও মুদ্রায় হেড পাবার সম্ভাবনা কত?

১৩। একটি ছক্কা ও দুটি মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপ করা হলো নমুনাক্ষেত্র লিখ এবং ছক্কায় জোড় সংখ্যা ও উভয় মুদ্রায় হেড পাবার সম্ভাবনা কত?

১৪। দুটি ছক্কা একত্রে নিক্ষেপ করা হলো, নমুনাক্ষেত্র লিখ এবং উপরের পিঠে প্রাপ্ত সংখ্যার ক) সমষ্টি 10 বা তার বেশি হবার খ) অন্তত 12 বা তার কম হবার গ) উপরের পিঠে দুটি যুগ্ম হবার সম্ভাবনা কত?

Bidhan Dutta, Assistant Professor in Mathematics, BEPZA Public College, Ctg.

১৫। একটি বাক্সে 15 টি সাদা ও 10 টি কালো রঙের মার্বেল আছে। ঐ বাক্সটি থেকে দৈবভাবে দুইটি মার্বেল উঠিয়ে নিলে প্রতিবারে দুইটি ভিন্ন রঙের মার্বেল হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর।

১৬। একটি বাক্সে 6 টি সাদা, 7 টি লাল ও 9 টি কালো বল আছে। নিরপেক্ষভাবে ৩ টি বল একত্রে নেওয়া হলে ক) বলগুলো একই রংয়ের খ) ভিন্ন রংয়ের হবার সম্ভাবনা কত?

১৭। একটি থলিতে 3 টি সাদা ও 2 টি লাল বল আছে এবং অপর একটি থলিতে 2 টি সাদা ও 5 টি লাল বল আছে। নিরপেক্ষভাবে প্রত্যেক থলি থেকে 1 টি করে বল নেওয়া হলে ক) বলগুলো একই রংয়ের খ) ভিন্ন রংয়ের হবার গ) অন্তত একটি সাদা হবার সম্ভাবনা কত?

১৮। একটি বাক্সে 6 টি সাদা, 7 টি লাল ও 9 টি কালো বল আছে। নিরপেক্ষভাবে 3 টি বল নেওয়া হলে, বল 3 টি লাল হবার সম্ভাবনা কত?

Bidhan Dutta, Assistant Professor in Mathematics,BEPZA Public College Chittagong.

☛ বিস্তার পরিমাপ ঃ

১। বিস্তার পরিমাপ কাকে বলে? বিভিন্ন প্রকার বিস্তার পরিমাপ আলোচনা কর। এর প্রয়োজনীয়তা লিখ।

২। প্রমাণ কর, পরিমিত ব্যবধান মূল হতে স্বাধীন কিন্তু মাপনীর উপর নির্ভরশীল।

৩। প্রমাণ কর, দুটি সংখ্যার পরিমিত ব্যবধান পরিসরের অর্ধেক। ৪। প্রমাণ কর, ১ম n স্বাভাবিক সংখ্যার ভেদাংক $\frac{n^2-1}{12}$

৫। পরিমিত ব্যবধান কাকে বলে? প্রমাণ কর, $\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{N} - (\frac{\sum f_i x_i}{N})^2}$

৬। দুটি সংখ্যার গড় ও ভেদাংক যথাক্রমে 9 ও 1 সংখ্যা দুটি নির্ণয় কর।

৭। দুটি সংখ্যার গড় ও বিভেদাংক যথাক্রমে 10 ও 20% হলে সংখ্যা দুটি কত?

৮। দুটি সংখ্যার জ্যামিতিক গড় ও ভেদাংক যথাক্রমে $3\sqrt{3}$ ও 9 হলে সংখ্যা দুটি কত?

৯। ২৫, ২৮, ৩১, ----- ৮৫ সংখ্যাগুলোর ভেদাংক ও বিভেদাংক নির্ণয় কর।

১০। ২০৩০, ২০৫০, ২০৭০, -----, ২৪১০ সংখ্যাগুলোর বিভেদাংক নির্ণয় কর।

১১। -2a, -a, 0, a, 2a সংখ্যাগুলোর গড় ব্যবধান ও ভেদাংক নির্ণয় কর।

১২। নিচের গণসংখ্যা নিবেশন হতে পরিমিত ব্যবধান ও বিভেদাংক নির্ণয় কর।

শ্রেণি	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60	60 - 70
গণসংখ্যা	3	9	11	13	15	10

১৩। নিচের গণসংখ্যা নিবেশন হতে গড় ব্যবধান নির্ণয় কর।

শ্রেণি	15 - 25	25 - 35	35 - 45	45 - 55	55 - 65	65 - 75
গণসংখ্যা	5	9	11	13	12	8

১৪। নিচে দুইজন ছাত্রের ৮ টি বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো। তাদের মধ্যে দক্ষতা নিরূপণ কর।

ক	45	35	75	30	55	60	33	47
খ	30	55	80	39	55	71	40	50

১৫। নিচের সারণী হতে ভেদাংক ও বিভেদাংক নির্ণয় কর।

প্রাপ্ত নম্বর	45	35	75	30	55	60	33	47
গণসংখ্যা	3	5	8	3	5	7	4	5

১৬। নিচের গণসংখ্যা নিবেশন হতে চতুর্থক ব্যবধান নির্ণয় কর।

শ্রেণি	20 - 24	25 - 29	30 - 34	35 - 39	40 - 44	45 - 49
গণসংখ্যা	3	9	11	13	15	10

Bidhan Dutta, Assistant Professor in Mathematics, BEPZA Public College, Ctg.