# BD's Mathematics Suggestions (H. S. C - 2020)

বিষয় ঃ গণিত ১ম পত্র বিষয় কোড ঃ 265

এইচ. এস. সি- ২০২০

সম্ভাব্য প্রশ্নাবলি

বীজগণিত - ১৫

অধ্যায়ঃ ম্যাট্রিক্স ও নির্ণায়ক

সংজ্ঞা লিখ: আয়ত ম্যাট্রিক্স, সারি ম্যাট্রিক্স, কলাম ম্যাট্রিক্স, অভেদক ম্যাট্রিক্স, শূন্য বা নিল ম্যাট্রিক্স, ত্রিভুজাকার ম্যাট্রিক্স, ব্যতিক্রমী বা সিঙ্গুলার ম্যাট্রিক্স, অ্যাডজয়েন্ট ম্যাট্রিক্স, বিপরীত ম্যাট্রিক্স।

১। $A=\begin{bmatrix}1 & -1\\0 & 2\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1 & 2 & 0\\4 & 5 & 6\end{bmatrix}$ এবং $C=\begin{bmatrix}3\\2\\1\end{bmatrix}$ হলে প্রমাণ কর, $(AB)C=A(BC)$

২। $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\4 & 5 & 6\end{bmatrix}$ এবং $B=\begin{bmatrix}0 & 2\\1 & 2\\0 & -1\end{bmatrix}$ হলে প্রমাণ কর, $AB \neq BA$

৩। $A=\begin{bmatrix}3 & -4 & 2\\-2 & 1 & 0\\-1 & -1 & 1\end{bmatrix}$ এবং $B=\begin{bmatrix}1 & 2 & -2\\2 & 5 & -4\\3 & 7 & -5\end{bmatrix}$ হলে প্রমাণ কর, AB অভেদক ম্যাট্রিক্স।

৪। $A=\begin{bmatrix}1 & 0 & -2\\2 & -1 & 3\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}-3 & 1\\2 & 4\\1 & -2\end{bmatrix}$ হলে প্রমাণ কর, $(AB)^t=B^tA^t$

৫। $B=\begin{bmatrix}1 & 2\\4 & -3\end{bmatrix}$ এবং $f(x)=x^2-2x-11$ হলে $f(B)$ নির্ণয় কর।

৬। $B=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\2 & 4 & 6\\1 & 2 & 3\end{bmatrix}$ হলে $B^3-2B^2-I$ এর মান নির্ণয় কর।

৭। ক) $C=\begin{bmatrix}1 & 2\\5 & -4\end{bmatrix}$ খ) $A=\begin{bmatrix}1 & -2 & 0\\2 & 4 & 3\\1 & -3 & 1\end{bmatrix}$ হলে $C^{-1}$ এবং $A^{-1}$ নির্ণয় কর এবং প্রমাণ কর, $CC^{-1}=I$

৮। $\begin{bmatrix}1 & 2\\4 & -3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4\\5\end{bmatrix}$ হলে x ও y এর মান নির্ণয় কর।

৯। প্রমাণ কর $\begin{vmatrix}y+x & x & y\\x & z+x & z\\y & z & y+z\end{vmatrix}=0$

১০। প্রমাণ কর যে, $\begin{vmatrix}(b+c)^2 & a^2 & a^2\\b^2 & (c+a)^2 & b^2\\c^2 & c^2 & (a+b)^2\end{vmatrix}=2abc(a+b+c)^3$

১১। প্রমাণ কর: $\begin{vmatrix}x & y & z\\x^2 & y^2 & z^2\\x^3-1 & y^3-1 & z^3-1\end{vmatrix}=(xyz-1)(x-y)(y-z)(z-x)$

১২। প্রমাণ কর যে, $\begin{vmatrix}a+b+2c & a & b\\c & b+c+2a & b\\c & a & c+a+2b\end{vmatrix}=2(a+b+c)^3$

d_bidhan@yahoo.com ☏ 01819326178

Bidhan Dutta, Assistant Professor in Mathematics, BEPZA Public School and College, Ctg.

১৩। বিস্তার না করে প্রমাণ কর যে, $\begin{vmatrix} 1 & x-a & y-b \\ 1 & x_1-a & y_1-b \\ 1 & x_2-a & y_2-b \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x & y \\ 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \end{vmatrix}$

১৪। প্রমাণ কর যে, $\begin{vmatrix} -a^2 & ab & ac \\ ab & -b^2 & bc \\ ac & bc & -c^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2$

১৫। প্রমাণ কর যে, $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c)$

১৬। সমাধান কর: $\begin{vmatrix} 3+x & 4 & 2 \\ 4 & 2+x & 3 \\ 2 & 3 & 4+x \end{vmatrix} = 0$

১৭। প্রমাণ কর যে, $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & b^2 & b^4 \end{vmatrix} = b(b-1)^2(b^2-1)$

১৮। দেখাও যে, $\begin{vmatrix} a & b & ax+by \\ b & c & bx+cy \\ ax+by & bx+cy & 0 \end{vmatrix} = -(ax^2+2bxy+cy^2)(ac-b^2)$

১৯। নির্ণায়কের সাহায্যে/ $AX = B$ হতে ম্যাট্রিক্সের সমাধান কর: $x+y+z=6,\ x-y+2z=3,\ 2x-3y+z=1$

Bidhan Dutta, Assistant Professor in Mathematics, BEPZA Public College, Ctg

## অধ্যায়: বিন্যাস (১ - ১১) ও সমাবেশ (১২ - ২১)

১। Parallel শব্দটির বর্ণগুলোকে কত প্রকারে সাজানো যায়? এদের কতগুলোতে স্বরবর্ণগুলো একত্রে থাকবে?

২। Rajshahi শব্দটির অক্ষর গুলোর বিন্যাস সংখ্যা Barisal শব্দটির অক্ষর গুলোর বিন্যাস সংখ্যার কত গুণ।

৩। দেখাও যে, AMERICA শব্দটির অক্ষরগুলোকে একত্রে নিয়ে যত প্রকারে সাজানো যায় CALCUTTA শব্দটির অক্ষরগুলোকে একত্রে নিয়ে তার দ্বিগুণ প্রকারে সাজানো যায়।

৪। Triangle শব্দটির অক্ষরগুলোকে কত প্রকারে সাজানো যেতে পারে, যাতে স্বরবর্ণগুলো পাশাপাশি থাকবে না? কতগুলোতে ব্যঞ্জন বর্ণগুলো একত্রে থাকবে?

৫। POSTAGE শব্দটির অক্ষরগুলোকে কত প্রকারে সাজানো যেতে পারে, যাতে স্বরবর্ণগুলো জোড় স্থান দখল করবে? কতগুলোতে ব্যঞ্জন বর্ণগুলো একত্রে থাকবে?

৬। ENGINEERING শব্দটির অক্ষরগুলোকে কত প্রকারে সাজানো যেতে পারে? তাদের কতগুলোতে E তিনটি একত্রে থাকবে এবং কতগুলোতে এরা প্রথম স্থান দখল করবে?

৭। ব্যঞ্জনবর্ণগুলোকে বিজোড় স্থানে রেখে equation শব্দটির অক্ষরগুলোকে কত প্রকারে সাজানো যায় নির্ণয় কর।

৮। MATHEMATICS শব্দটির বর্ণগুলোকে কত প্রকারে সাজানো যায়? এদের কতগুলোতে স্বরবর্ণগুলো একত্রে থাকবে?

৯। PERMUTAION শব্দটির বর্ণগুলোর কোন স্বরবর্ণের অবস্থান পরিবর্তন না করে কত রকমে পুনর্বিন্যাস করা যেতে পারে?

১০। কোন সংখ্যায় কোন অংককে পুনরাবৃত্তি না করে 0, 4, 5, 6, 8 অংকগুলো দ্বারা 4000 ও 5000 এর মধ্যবর্তী কয়টি সংখ্যা গঠন করা যাবে?

১১। 6, 5, 2, 3, 0 দ্বারা পাঁচ অঙ্কবিশিষ্ট কতগুলো অর্থপূর্ণ বিজোড় সংখ্যা গঠন করা যায়?

১২। প্রমাণ কর যে, প্রথম n সংখ্যক বিজোড় সংখ্যার গুণফল $\frac{(2n)!}{2^n\ n!}$

১৩। 'Degree' শব্দটির অক্ষরগুলো থেকে যে কোন 4 টি অক্ষর প্রত্যেক বার নিয়ে কত প্রকারে বাছাই করা যেতে পারে?

১৪। THESIS শব্দটির অক্ষরগুলো থেকে 4 টি অক্ষর প্রত্যেক বার নিয়ে কত প্রকারে বাছাই করা যেতে পারে?

১৫। 6 জন বিজ্ঞান ও 4 জন কলা বিভাগের ছাত্র থেকে 6 জনের কমিটি গঠন করতে হবে। বিজ্ঞানের ছাত্রদের সংখ্যাগরিষ্ঠতা দিয়ে কত প্রকারে কমিটি গঠন করা যেতে পারে?

১৬। 9 ব্যক্তির একটি দল দুইটি যানবাহনে ভ্রমণ করবে, যার একটিতে সাতজনের বেশি এবং অন্যটিতে চারজনের বেশি ধরে না। দলটি কত প্রকারে ভ্রমণ করতে পারবে?

d_bidhan@yahoo.com ✆ 01819326178

Bidhan Dutta, Assistant Professor in Mathematics, BEPZA Public School and College, Ctg.

১৭। একজন সংকেতকারকের 6টি পতাকা আছে যাদের মধ্যে 1টি সাদা, 2টি সবুজ এবং 3টি লাল। সে এক সঙ্গে 5 টি পতাকা ব্যবহার করে কতটি বিভিন্ন সংকেত দিতে পারে?

১৮। একজন পরীক্ষার্থীকে 12 টি প্রশ্ন থেকে 6 টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। প্রথম 5 টি থেকে ঠিক 4 টি নিয়ে সে কত প্রকারে প্রশ্নগুলো বাছাই করতে পারে?

১৯। 6 জন ও 8 জন খেলোয়াড়ের দুটি দল থেকে 11 জন খেলোয়াড়ের একটি ক্রিকেট টিম গঠন করতে হবে যাতে 6 জনের দল থেকে অন্তত 4 জন খেলোয়াড় ঐ টিমে থাকে। ক্রিকেট টিমটি কত প্রকারে গঠন করা যাবে?

২০। দেখাও যে, n সংখ্যক বাহু বিশিষ্ট বহুভুজের $\frac{1}{2}n(n-3)$ সংখ্যক কর্ণ আছে এবং এর কৌণিক বিন্দুগুলোর সংযোগরেখা $\frac{1}{6}n(n-1)(n-2)$ সংখ্যক ত্রিভুজ গঠন করে।

২১। প্রমাণ কর, $^nC_r + {^nC_{r-1}} = {^{n+1}C_r}$

Bidhan Dutta, Assistant Professor in Mathematics, BEPZA Public College, Ctg.

## জ্যামিতি

### অধ্যায়: ভেক্টর

১। ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ, ত্রিভুজের যেকোন দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল এবং দৈর্ঘ্যে তার অর্ধেক।
২। ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর, অর্ধবৃত্তস্থ কোণ সমকোণ।
৩। ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর, রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে লম্বভাবে ছেদ করে।
৪। ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর, সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।
৫। ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর, ত্রিভুজের মধ্যমা তিনটি সমবিন্দু অর্থাৎ $\mathbf{AD} + \mathbf{BE} + \mathbf{CF} = 0$
৬। ABC ত্রিভুজের BC বাহুর মধ্যবিন্দু D হলে ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর, $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$
৭। ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $a = b\cos C + c\cos B$
৮। ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর, ত্রিভুজ ABC তে $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$
৯। $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \sqrt{3}\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$ হলে, তাদের অন্তর্গত কোণ cosine এবং sine অনুপাতের মাধ্যমে নির্ণয় কর।
১০। $\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ হলে, $\vec{b}$ ভেক্টরের উপর $\vec{a}$ এর উপাংশ এবং $\vec{a}$ ভেক্টরের উপর $\vec{b}$ এর অভিক্ষেপ নির্ণয় কর।
১১। $\vec{A} = 2\hat{i} - 6\hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 4\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ ভেক্টরদ্বয়ের তলের লম্ব একক ভেক্টর নির্ণয় কর।
১২। a এর মান কত হলে $2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$, $3\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$ এবং $\hat{i} - 3\hat{j} + a\hat{k}$ ভেক্টর তিনটি একই সমতলে থাকবে?
১৩। $\vec{A} = 2\hat{i} - 6\hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 4\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ ভেক্টরদ্বয়ের তলের সমান্তরাল একক ভেক্টর নির্ণয় কর।
১৪। $\vec{A} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{B} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ হলে এমন একটি একক ভেক্টর নির্ণয় কর যা $\vec{A}$ ভেক্টরের উপর লম্ব এবং যা $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ ভেক্টরদ্বয়ের সাথে একই সমতলে অবস্থান করে।
১৫। a এর মান কত হলে $\vec{A} = 9\hat{i} + \hat{j} - 6\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 4\hat{i} - a\hat{j} + 5\hat{k}$ ভেক্টর দুটি পরস্পর লম্ব হবে।
১৬। $\vec{A} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ ভেক্টরটি অক্ষগুলোর সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তা নির্ণয় কর।
১৭। A, B, C বিন্দুত্রয়ের অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $-\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$, $-2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ এবং $3\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}$ হলে প্রমাণ কর যে, A, B, C বিন্দু তিনটি একটি সমকোণী ত্রিভুজ গঠন করে।

### অধ্যায়: সরলরেখা

#### স্থানাঙ্ক

১। দেখাও যে, (7, 7), (6, -2) এবং (2, 3) বিন্দু তিনটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের শীর্ষ বিন্দু এবং ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
২। একটি বিন্দুর কোটি তার ভুজের দ্বিগুণ, যদি এর দূরত্ব (4, 3) থেকে $\sqrt{10}$ একক হয়, তবে বিন্দুটির স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।
৩। y অক্ষ ও (7, 2) বিন্দু থেকে (a, 5) বিন্দুর দূরত্ব সমান হলে a এর মান কত?
৪। (3, 7) ও (-5, -10) বিন্দু দুটির সংযোগ রেখাকে x অক্ষ ও y অক্ষরেখা যে অনুপাতে বিভক্ত করে তা নির্ণয় কর এবং বিভাজন বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।
৫। ABCD রম্বসের তিনটি শীর্ষ বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে A(2, 5), B(5, 9), D(6, 8)। C বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর এবং ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
৬। কোন সামান্তরিকের একটি কর্ণের প্রান্তবিন্দু দুটির স্থানাঙ্ক (3, -4) ও (-6, 5) এবং তৃতীয় শীর্ষবিন্দু (-2, -1) হলে চতুর্থ শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

d_bidhan@yahoo.com ✆ 01819326178

Bidhan Dutta, Assistant Professor in Mathematics, BEPZA Public School and College, Ctg.

৭। A(-2, 4) ও B(4, -5) দুটি স্থির বিন্দু। AB রেখাকে C বিন্দু পর্যন্ত বর্ধিত করা হল যেন AB = 3BC (C এর) স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

৮। A(0, -1), B(2, 5), C(8, -3) এবং D(-1, 5) হলে AB কে CD রেখা যে অনুপাতে বিভক্ত করে তা নির্ণয় কর।

৯। দুটি অক্ষরেখা পরস্পর লম্বভাবে O বিন্দুতে ছেদ করে। A ও B এর কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $A(x_1, y_1)$ ও $B(x_2, y_2)$। মূলবিন্দুসহ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

১০। একটি ত্রিভুজের শীর্ষ বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(at_1^2, 2at_1)$, $(at_2^2, 2at_2)$, $(at_3^2, 2at_3)$। যদি এর ভরকেন্দ্র x অক্ষের উপর অবস্থিত। দেখাও যে, $t_1 + t_2 + t_3 = 0$

১১। A(3, 4), B(2t, 5), C(6, t) বিন্দুত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $19\frac{1}{2}$ বর্গ একক। t এর মান নির্ণয় কর।

১২। একটি ত্রিভুজের শীর্ষ বিন্দুর স্থানাঙ্ক (t + 1, 1), (2t + 1, 3), (2t + 2, 2t)। তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর এবং দেখাও যে, t = 2 অথবা, $t = -\frac{1}{2}$ হলে, ঐ বিন্দুগুলো সমরেখ হবে।

১৩। A(2, 3) ও B(-1, 4) দুটি স্থির বিন্দু। একটি সেট এমনভাবে গঠন করা হয়েছে যে A এবং B বিন্দু থেকে সেটের যেকোন বিন্দুর দূরত্বের অনুপাত 2 : 3। সঞ্চার পথের সমীকরণ নির্ণয় কর।

৪

১৪। তিনটি স্থিরবিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে A(a, 0), B(-a, 0), C(c, 0)। P(x, y) বিন্দু এমন সেটের বিন্দু যেন $PA^2 + PB^2 = 2PC^2$ হয়। সঞ্চার পথের সমীকরণ নির্ণয় কর।

১৫। তিনটি স্থিরবিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে A(4, -3), B(2, 5), C(-3, 1)। P(x, y) বিন্দু এমন সেটের বিন্দু যেন $4\Delta PBC = \Delta ABC$ হয়। সঞ্চার পথের সমীকরণ নির্ণয় কর।

## ☛ সরলরেখা

১। একটি সরলরেখা (-2, -5) বিন্দু দিয়ে যায় এবং x ও y অক্ষ দুটিকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে, যখন OA + 2. OB = 0 এবং O মূলবিন্দু। তার সমীকরণ নির্ণয় কর।

২। একটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যার অক্ষ দুটির মধ্যবর্তী খণ্ডিত অংশ (6, 2) বা (-4, 3) বিন্দুতে 5 : 3 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হয়।

৩। এমন সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যা (6, -1) বিন্দুদিয়ে যায় এবং যা দ্বারা অক্ষদ্বয় হতে খণ্ডিত অংশদ্বয়ের গুণফল 1।

৪। দেখাও যে, y = mx, $y = m_1x$ এবং y = h রেখা তিনটি যে ত্রিভুজ গঠন করে তার ক্ষেত্রফল $\frac{h^2}{2}\left(\frac{1}{m} - \frac{1}{m_1}\right)$

৫। তিনটি স্থিরবিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে A(4, -3), B(2, 5), C(-3, 1)। AB ও AC এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর এবং দেখাও যে, তা BC এর সমান্তরাল।

৬। x + 2y + 7 = 0 রেখাটির অক্ষ দুটির মধ্যবর্তী খণ্ডিত অংশের মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর এবং উক্ত খণ্ডিত অংশকে একটি বর্গের বাহু ধরে ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৭। A(h, k) বিন্দুটি 6x – y = 1 রেখার উপর অবস্থিত এবং B(k, h) বিন্দুটি 2x – 5y = 5 রেখার উপর অবস্থিত। AB এর সমীকরণ নির্ণয় কর।

৮। 4x - 3y = 8 রেখার সমান্তরাল এবং তা থেকে 2 একক দূরে অবস্থিত রেখাসমূহের সমীকরণ নির্ণয় কর।

৯। একটি সরলরেখা (1, 4) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে এবং অক্ষ দুইটির সাথে প্রথম চতুর্ভাগে 8 বর্গ একক ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট ত্রিভুজ সৃষ্টি করে। রেখাটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

১০। (2, -1) বিন্দু থেকে 3x - 4y + 5 = 0 রেখার উপর অঙ্কিত লম্বের পাদবিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর এবং এর সাহায্যে লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

১১। মূল বিন্দু ও (a, b) বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখা এবং (x, 0) ও (p, q) বিন্দুদ্বয়ের সংযোজকরেখা দুটি পরস্পর লম্ব ও সমান্তরাল হবার শর্ত নির্ণয় কর।

১২। একটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যা (2, -3) বিন্দু দিয়ে যায় এবং (5, 7) ও (-6, 3) বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখার উপর লম্ব।

১৩। 4x + 3y = 7 রেখার অক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী খণ্ডিত অংশের সমত্রিখণ্ডন বিন্দু ও মূলবিন্দুর সংযোজক রেখাংশের সমীকরণ নির্ণয় কর।

১৪। OABC একটি সামান্তরিক, OA রেখা x অক্ষ বরাবর অবস্থিত। OC রেখার সমীকরণ y = 2x এবং B বিন্দুর স্থানাঙ্ক (4, 2)। A ও C বিন্দুর স্থানাঙ্ক এবং AC কর্ণের সমীকরণ নির্ণয় কর।

১৫। x cosθ + y sinθ = p সমীকরণ রেখাটি x ও y-অক্ষরেখা দুটিকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে, এখানে p একটি ধ্রুবক। দেখাও যে, AB-এর মধ্য বিন্দুর সঞ্চারপথের সমীকরণ হবে $p^2(x^2 + y^2) = 4x^2y^2$

Bidhan Dutta, Assistant Professor in Mathematics, BEPZA Public School and College, Ctg.

১৬। $x - 2y - 1 = 0$ ও $2x + 3y + 2 = 0$ রেখাদ্বয়ের ছেদ বিন্দুগামী এবং x অক্ষের সাথে $45^\circ$ কোণ উৎপন্ন করে এমন সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

১৭। দুইটি সরলরেখা (3, 4) বিন্দু দিয়ে যায় এবং $x - y + 4 = 0$ রেখার সাথে $60^\circ$ কোণ উৎপন্ন করে। রেখা দুইটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

১৮। $3x + 2y - 9 = 0$ ও $2x + 3y = 11$ রেখাদ্বয়ের ছেদ বিন্দুগামী এবং প্রথমোক্ত রেখার উপর লম্ব বা $x - 2y = 7$ রেখার সমান্তরাল এমন সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

১৯। $4x + 3y - 9 = 0$ ও $x - 2y = 7$ রেখাদ্বয়ের ছেদ বিন্দুগামী এবং x অক্ষের সমান্তরাল বা Y অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

২০। এমন সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যেগুলো $y - 2x - 2 = 0$ এবং $y - 3x + 5 = 0$ রেখা দুইটির ছেদ বিন্দু দিয়ে গমন করে এবং মূল বিন্দু থেকে যাদের দূরত্ব $\frac{7}{\sqrt{2}}$ একক।

২১। যদি মূল বিন্দু থেকে $x \sec\theta - y \operatorname{cosec}\theta = k$ ও $x\cos\theta - y\sin\theta = k\cos 2\theta$ রেখা দুইটির লম্ব দূরত্ব যথাক্রমে p ও p′ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $4p^2 + p'^2 = k^2$

২২। প্রমাণ কর, $(\pm\sqrt{5}, 0)$ বিন্দু থেকে $2x\cos\alpha - 3y\sin\alpha = 6$ রেখার উপর অঙ্কিত লম্বের গুণফল α মুক্ত।

২৩। $4x + 3y = c$ এবং $12x - 5y = 2(c + 3)$ রেখা দুইটি মূল বিন্দু থেকে সমদূরবর্তী। c-এর ধনাত্মক মান নির্ণয় কর।

২৪। $y = 2x + 1$ ও $2y - x = 4$ রেখা দুইটির মধ্যবর্তী কোণের সমদ্বিখণ্ডক y-অক্ষকে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করে। PQ-এর দূরত্ব স্থির কর।

২৫। $3x - 4y + 1 = 0$ এবং $4x + 2y + 1 = 0$ সরল রেখাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

২৬। (1,-2) বিন্দু হতে $7\frac{1}{2}$ একক দূরবর্তী এবং $3x + 4y = 7$ রেখার সমান্তরাল রেখাসমূহের সমীকরণ নির্ণয় কর।

## অধ্যায়ঃ বৃত্ত

১। (3, 5) ও (6, 4) বিন্দু দিয়ে যায় এবং x অক্ষের উপর / $x + 2y = 10$ রেখার উপর কেন্দ্র অবস্থিত এমন বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

২। একটি বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক (-2, -4) এবং x - অক্ষকে বা, y - অক্ষকে স্পর্শ করে, বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

৩। একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার কেন্দ্র (4, 5) এবং যা $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 12 = 0$ বৃত্তের কেন্দ্র দিয়ে যায়।

৪। একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যা y-অক্ষকে $(0, \sqrt{3})$ বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং (-1, 0) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে। বৃত্তটির কেন্দ্র এবং ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

৫। একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যা x - অক্ষকে স্পর্শ করে এবং (1, 2) ও (3, 2) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে।

৬। এরূপ বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যা মূল বিন্দু থেকে 2 একক x -দূরত্বে অক্ষকে দুটি বিন্দুতে ছেদ করে এবং যার ব্যাসার্ধ 5 একক।

৭। $\frac{1}{2}\sqrt{10}$ ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্ত (1, 1) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে এবং বৃত্তটির কেন্দ্র $y = 3x - 7$ রেখার উপর অবস্থিত। বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

৮। এরূপ দুইটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যা উভয় অক্ষকে স্পর্শ করে এবং (1, 8) বিন্দু দিয়ে যায়।

৯। এরূপ দুইটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যা $x = 0$, $y = 0$ এবং $x = a$ রেখাকে স্পর্শ করে।

১০। এরূপ বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর, যা x ও y অক্ষরেখা থেকে যথাক্রমে 5 এবং 2 একক দৈর্ঘ্যের সমান অংশ কর্তন করে এবং যার কেন্দ্র $2x - y = 6$ রেখার উপর অবস্থিত।

১১। একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যা $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 12 = 0$ বৃত্তের এককেন্দ্রিক এবং যা (1, -3) দিয়ে যায়।

১২। একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার কেন্দ্র (4, 3) এবং যা $x^2 + y^2 = 4$ বৃত্তকে বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করে।

১৩। মূল বিন্দু / (2, 4) থেকে $x^2 + y^2 - 10x + 20 = 0$ বৃত্তের উপর অঙ্কিত স্পর্শক দুইটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

১৪। $x^2 + y^2 - 2x - 4y + a = 0$ বৃত্তটি X-অক্ষকে বিন্দুতে স্পর্শ করে। a এর মান ও স্পর্শবিন্দু নির্ণয় কর।

১৫। $\sqrt{2}$ ব্যাসার্ধবিশিষ্ট দুইটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যারা $x + y + 1 = 0$ রেখাকে স্পর্শ করে এবং যাদের কেন্দ্র x-অক্ষরেখার উপর অবস্থিত।

১৬। এমন একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার কেন্দ্র (4, 3) বিন্দুতে অবস্থিত এবং $5x - 2y + 3 = 0$ সরলরেখাকে স্পর্শ করে। বৃত্তটি y অক্ষের যে অংশ ছেদ করে তার পরিমাণ নির্ণয় কর।

১৭। একটি বৃত্ত মূলবিন্দু দিয়ে এবং x ও y অক্ষ দুটির ধনাত্মক দিক থেকে যথাক্রমে 3 এবং 5 অংশ ছেদ করে। বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

১৮। $x^2 + y^2 = 81$ বৃত্তটির জ্যা (-2, 3) বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত হয়। জ্যা-এর সমীকরণ নির্ণয় কর।

Bidhan Dutta, Assistant Professor in Mathematics, BEPZA Public School and College, Ctg.

d_bidhan@yahoo.com ✆ 01819326178

১৯। $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$ বৃত্তে অঙ্কিত স্পর্শক, $3x - 4y + 5 = 0$ রেখার উপর লম্ব / সমান্তরাল। তার সমীকরণ নির্ণয় কর।

২০। দেখাও যে, $x - 3y = 5$ রেখাটি $x^2 + y^2 - 6x + 8y + 15 = 0$ বৃত্তের একটি স্পর্শক। ঐ বৃত্তের যে ব্যাসটি স্পর্শবিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে তার সমীকরণ নির্ণয় কর।

২১। $lx + my = 1$ রেখাটি $x^2 + y^2 - 2ax = 0$ বৃত্তকে স্পর্শ করলে প্রমাণ কর, $a^2m^2 + 2al = 1$

২২। $x^2 + y^2 + 4x - 8y + 2 = 0$ বৃত্তের স্পর্শক অক্ষ দুইটি হতে একই চিহ্নবিশিষ্ট সমমানের অংশ ছেদ করে। স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

২৩। $y = 2x$ যদি $x^2 + y^2 = 10x$ বৃত্তের কোন জ্যা - এর সমীকরণ হয়, তবে উক্ত জ্যাকে ব্যাস ধরে অঙ্কিত বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

২৪। $x^2 + y^2 + 2x + 3y + 1 = 0$ এবং $x^2 + y^2 + 4x + 5y + 12 = 0$ বৃত্ত দুটির সাধারণ জ্যা যে বৃত্তের ব্যাস তার সমীকরণ নির্ণয় কর।

২৫। k এর মান কত হলে $3x + 4y = k$ রেখাটি $x^2 + y^2 = 10x$ বৃত্তকে স্পর্শ করবে?

Bidhan Dutta, Assistant Professor in Mathematics, BEPZA Public College, Ctg.

## ত্রিকোণমিতি ও ক্যালকুলাস

### অধ্যায় - ০৬ ঃ ত্রিকোণমিতির প্রাথমিক ধারনা

১। *** বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল, বৃত্তচাপ, ছায়াকৃত অংশ বিষয়ক বই এর চিত্রনির্ভর সমস্যাগুলো বেশি দরকারি।

২। রেডিয়ান কোণ কাকে বলে? প্রমাণ কর, রেডিয়ান কোণ একটি ধ্রুব কোণ।

৩। পৃথিবী থেকে সূর্যের দূরত্ব $14.9 \times 10^7$ কিলোমিটার এবং পৃথিবীর কেন্দ্রবিন্দুতে সূর্যের ব্যাস 32' কোণ উৎপন্ন করে, সূর্যের ব্যাস কত?

৪। যদি $7\sin^2 A + 3\cos^2 A = 4$ হয় তবে দেখাও যে, $\tan A = \frac{\pm 1}{\sqrt{3}}$

৫। যদি $a\cos^2 x + b\sin^2 x = c$ হয় তবে প্রমাণ কর, $\tan x = \pm\sqrt{\frac{c-a}{b-c}}$

৬। যদি $a\cos\theta - b\sin\theta = c$ হয় তবে প্রমাণ কর, $a\sin\theta + b\cos\theta = \pm\sqrt{a^2 + b^2 - c^2}$

৭। $\operatorname{cosec}A + \operatorname{cosec}B + \operatorname{cosec}C = 0$ হলে প্রমাণ কর, $(\Sigma\sin A)^2 = \Sigma\sin^2 A$

৮। যদি $b(\operatorname{cosec}A) = a$ যেখানে $a > b > 0$ হয় তবে দেখাও যে, $\tan A = \frac{\pm b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$

৯। $\sin^2 A + \sin^4 A = 1$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\tan^4 A - \tan^2 A = 1$

১০। $\sin A + \cos A = a$ এবং $\sec A + \operatorname{cosec} A = b$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\frac{a}{b} = \frac{a^2 - 1}{2}$

১১। $\cos\theta + \sec\theta = \frac{5}{2}$ হলে প্রমাণ কর, $\cos^n\theta + \sec^n\theta = 2^n + 2^{-n}$

১২। $\tan A + \sin A = m$ এবং $\tan A - \sin A = n$ হলে, প্রমাণ কর যে, $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$

১৩। মান নির্ণয় কর: ক) $\cos^2\frac{\pi}{7} + \cos^2\frac{5\pi}{14} + \cos^2\frac{8\pi}{7} + \cos^2\frac{9\pi}{14}$

খ) $\tan\frac{\pi}{20}.\tan\frac{3\pi}{20}.\tan\frac{5\pi}{20}.\tan\frac{7\pi}{20}.\tan\frac{9\pi}{20}$

১৪। ক) $\sin\theta = \frac{5}{13}$ এবং $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ হলে $\frac{\tan(-\theta) + \sec(-\theta)}{\cot\theta + \operatorname{cosec}(-\theta)}$ এর মান কত?

খ) $\tan\theta = \frac{5}{12}$ এবং $\cos\theta$ ঋণাত্মক হলে দেখাও যে, $\frac{\tan\theta + \sec(-\theta)}{\cos(-\theta) + \sin\theta} = \frac{26}{51}$

১৫। ক) মান নির্ণয় কর: $\sin^2 15° + \sin^2 20° + \sin^2 25° + \ldots\ldots + \sin^2 75°$

খ) $\theta = \frac{\pi}{20}$ হলে প্রমাণ কর, $\cot\theta.\cot3\theta.\cot5\theta \ldots\ldots \cot19\theta = -1$

d_bidhan@yahoo.com ✆ 01819326178

Bidhan Dutta, Assistant Professor in Mathematics, BEPZA Public School and College, Ctg.

১৫। লেখচিত্র আঁক ও বৈশিষ্ট্য লিখ: ক) $y = \cos x$, যখন $x = -\pi$ থেকে $x = \pi$ খ) $y = \sin 2\theta$, যখন $0 \le \theta \le 2\pi$
গ) $y = \cos^2 x$, যখন $-\pi \le x \le \pi$ ঘ) $y = \sin^2 x$, যখন $-\pi \le x \le \pi$ ঙ) $y = \cos 3x$, যখন $0 \le x \le \pi$

১৬। লেখচিত্রের মাধ্যমে সমাধান কর: ক) $\sin x - \cos x = 0$, যখন $0^\circ \le x \le 180^\circ$
খ) $\sin 2\theta - \sin\theta = 0$, যখন $0 \le \theta \le 2\pi$

Bidhan Dutta, Assistant Professor in Mathematics, BEPZA Public College, Ctg.

## অধ্যায় - ০৭ : সংযুক্ত ও যৌগিক কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত

১। প্রমাণ কর যে, $\tan 18^\circ + \tan 27^\circ + \tan 18^\circ \tan 27^\circ = 1$

২। প্রমাণ কর যে, $\dfrac{\sin 75^\circ + \sin 15^\circ}{\sin 75^\circ - \sin 15^\circ} = \sqrt{3}$

৩। যদি $a\cos(x+\alpha) = b\cos(x-\alpha)$ হয়, তাহলে প্রমাণ কর যে, $(a+b)\tan x = (a-b)\cot\alpha$

৪। $A + B + C = \pi$ এবং $\cos A = \cos B \cos C$, হলে প্রমাণ কর, ক) $\tan A = \tan B + \tan C$ খ) $\cot B.\cot C = \frac{1}{2}$

৫। যদি $x\sin\varphi = y\sin(2\theta + \varphi)$ হয়, তাহলে প্রমাণ কর যে, $\cot(\theta + \varphi) = \dfrac{x-y}{x+y}\cot\theta$

৬। যদি $\theta + \varphi = \alpha$ এবং $\tan\theta = k\tan\phi$ হয় দেখাও যে, $\sin(\theta - \phi) = \dfrac{k-1}{k+1}\sin\alpha$

৭। প্রমাণ কর যে, $\cos 20^\circ.\cos 40^\circ.\cos 60^\circ.\cos 80^\circ = \dfrac{1}{16}$

৮। প্রমাণ কর যে, $16\cos\dfrac{2\pi}{15}\cos\dfrac{4\pi}{15}\cos\dfrac{8\pi}{15}\cos\dfrac{14\pi}{15} = 1$

৯। প্রমাণ কর যে, $\sin 65^\circ + \cos 65^\circ = \sqrt{2}\cos 20^\circ$

১০। যদি $a = \cot\theta + \cot\phi$, $b = \tan\theta + \tan\phi$ এবং $\theta + \varphi = \alpha$ হয়, প্রমাণ কর, $(a-b)\tan\alpha = ab$

১১। যদি $\sin\theta = k\sin(\alpha - \theta)$ হয়, তাহলে প্রমাণ কর যে, $\tan\left(\theta - \dfrac{\alpha}{2}\right) = \dfrac{k-1}{k+1}\tan\dfrac{\alpha}{2}$

১২। যদি $\sin A + \cos A = \sin B + \cos B$ হয় দেখাও যে, $A + B = 90^\circ$

১৩। প্রমাণ কর, $\tan\dfrac{45^\circ + \theta}{2}.\tan\dfrac{45^\circ - \theta}{2} = \dfrac{\sqrt{2}\cos\theta - 1}{\sqrt{2}\cos\theta + 1}$

১৪। প্রমাণ কর, $\sin^3 x + \sin^3(120^\circ + x) + \sin^3(240^\circ + x) = -\dfrac{3}{4}\sin 3x$

১৫। প্রমাণ কর, $\sec\theta = \dfrac{2}{\sqrt{2 + \sqrt{2 + 2\cos 4\theta}}}$

১৬। ক. প্রমাণ কর, $2\sin 7^\circ 30' = \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{3}}}$ খ. প্রমাণ কর, $2\sin 11^\circ 15' = \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}}$

১৭। প্রমাণ কর, $\sin^3\dfrac{\alpha}{2} + \sin^3\left(\dfrac{\alpha}{2} + 60^\circ\right) + \sin^3\left(\dfrac{\alpha}{2} - 60^\circ\right) = \dfrac{3}{2}$

১৮। $\tan\dfrac{\theta}{2} = \sqrt{\dfrac{1-e}{1+e}}\tan\dfrac{\varphi}{2}$ হলে দেখাও যে, $\cos\varphi = \dfrac{\cos\theta - e}{1 - e\cos\theta}$

১৯। প্রমাণ কর, $\dfrac{1}{\sin 10^\circ} - \dfrac{\sqrt{3}}{\cos 10^\circ} = 4$

২০। যদি $A+B+C = \dfrac{\pi}{2}$ হয়, তবে প্রমাণ কর, $\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C = 1 - 2\sin A.\cos B.\sin C$

২১। যদি $A+B+C = \pi$ হয়, তবে প্রমাণ কর, i) $\sin 2A + \sin 2B - \sin 2C = 4\sin A.\sin B.\cos C$
ii) $\cos A - \cos B + \cos C + 1 = 4\cos\dfrac{A}{2}.\sin\dfrac{B}{2}.\cos\dfrac{C}{2}$
iii) $\cos^2 A + \cos^2 B - \cos^2 C = 1 - 2\sin A.\sin B.\cos C$

Bidhan Dutta, Assistant Professor in Mathematics, BEPZA Public School and College, Ctg.

d_bidhan@yahoo.com ✆ 01819326178

৮

☛ ত্রিভুজের গুণাবলি:

১। ক) যেকোন ত্রিভুজের ক্ষেত্রে প্রমাণ কর, $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

খ) যেকোন ত্রিভুজের ক্ষেত্রে প্রমাণ কর, $a = b\cos C + c\cos B$

২। ABC ত্রিভুজে $A = 75^\circ$, $B = 45^\circ$ হলে প্রমাণ কর, $c : b = \sqrt{3} : \sqrt{2}$

৩। ক) ABC ত্রিভুজে প্রমাণ কর, $a(\cos B + \cos C) = 2(b + c)\sin^2 \frac{A}{2}$

খ) ABC ত্রিভুজে প্রমাণ কর যে, $a\sin(\frac{A}{2} + B) = (b + c)\sin\frac{A}{2}$

৪। যদি কোন ত্রিভুজে $C = 60^\circ$ হয়, তবে প্রমাণ কর, $a + b = 2c\cos\frac{A - B}{2}$

৫। ABC ত্রিভুজ থেকে প্রমাণ কর $(b + c)\cos A + (c + a)\cos B + (a + b)\cos C = a + b + c$

৬। প্রমাণ কর, $a^2(\cos^2 B - \cos^2 C) + b^2(\cos^2 C - \cos^2 A) + c^2(\cos^2 A - \cos^2 B) = 0$

৭। ΔABC এর জন্য প্রমাণ কর যে, $\cos\frac{B - C}{2} = \frac{b + c}{a}\sin\frac{A}{2}$

৮। ΔABC এ $\cos A = \sin B - \cos C$ হলে দেখাও যে, ত্রিভুজটি সমকোণী।

৯। ABC ত্রিভুজ থেকে প্রমাণ কর যে, $(a + b + c)(\tan\frac{A}{2} + \tan\frac{B}{2}) = 2c\cot\frac{C}{2}$

১০। ΔABC এর বাহুগুলো a, b, c এবং $(a + b + c)(b + c - a) = 3bc$ হলে A এর মান কর।

১২। ABC ত্রিভুজ থেকে প্রমাণ কর, $c^2 = (a - b)^2\cos^2\frac{C}{2} + (a + b)^2\sin^2\frac{C}{2}$

১৩। ΔABC এর তিনবাহুর দৈর্ঘ্য 3, 5, 7 হলে প্রমাণ কর, ত্রিভুজটি স্থূলকোণী এবং স্থূলকোণের মান ও ক্ষেত্রফল কর।

১৪। যদি $a^4 + b^4 + c^4 = 2c^2(a^2 + b^2)$ হয় তবে দেখাও যে $C = 45^\circ$ অথবা $135^\circ$

১৫। যদি $\frac{1}{a + c} + \frac{1}{b + c} = \frac{3}{a + b + c}$ হয় তবে দেখাও যে C কোণ এর মান কর।

Bidhan Dutta, Assistant Professor in Mathematics, BEPZA Public College, Ctg.

## ক্যালকুলাস

অধ্যায় : ফাংশন ও ফাংশনের লেখচিত্র

১। $y = f(x) = \frac{4x - 7}{2x - 4}$ হলে প্রমাণ কর, $f(y) = x$

২। $f(x) = \frac{x - 1}{x + 1}$ হলে $\frac{f(a) - f(b)}{1 + f(a)f(b)}$ এর মান নির্ণয় কর।

৩। $f(x) = e^x + e^{-x}$ হলে প্রমাণ কর, $f(x + y)f(x - y) = f(2x) + f(2y)$

৪। $g(x) = \ln(\frac{1 - x}{1 + x})$ হলে প্রমাণ কর, $g(y) + g(z) = g(\frac{y + z}{1 + yz})$

৫। $f(x) = \frac{1}{2}(3^x + 3^{-x})$, $g(x) = \frac{1}{2}(3^x - 3^{-x})$ হলে প্রমাণ কর, $f(x + y) = f(x).f(y) + g(x).g(y)$

৬। $f(x) = b.\frac{x - a}{b - a} + a.\frac{x - b}{a - b}$ হলে প্রমাণ কর, $f(a) + f(b) = f(a + b)$

৭। $\varphi(x) = \tan x$ হলে প্রমাণ কর, $\varphi(a - b) = \frac{\varphi(a) - \varphi(b)}{1 + \varphi(a)\varphi(b)}$

৮। যদি $f(x) = e^{ax + b}$ হয়, তবে প্রমাণ কর, $f(a)f(b)f(c) = f(a + b + c)e^{2b}$

৯। $f(x) = \frac{x^4 + x^2 + 1}{x^2}$ হলে প্রমাণ কর, $f(\frac{1}{x^2}) = f(x^2)$

১০। $f(x) = \ln(\sin x)$, $\varphi(x) = \ln(\cos x)$ হলে দেখাও যে, $e^{2\varphi(x)} - e^{2f(x)} = e^{\varphi(x)}$

bidhan@yahoo.com

Bidhan Dutta, Assistant Professor in Mathematics, BEPZA Public School and College, Ctg

১১। $f(x)=x^2$, $g(x)=x^3+1$, $h(x)=x+2$ হলে $(hogof)(-3)$ নির্ণয় কর এবং দেখাও যে, $gof \neq fog$

১২। $f:R\to R$, $g:R\to R$, $f(x)=x^3+5$, $g(x)=2x+1$ হলে $gof$ এবং $fog$ নির্ণয় কর।

১৩। $f(x)=x^2-1$, $g(x)=\sqrt{x}$ হলে $g(f(-3))$ এবং $f(g(0))$ নির্ণয় কর।

১৪। $f:R\to R$ ফাংশনটি $f(x)=x^2+1$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত। $f^{-1}(-26)$, $f^{-1}(10)\cup f^{-1}(17)$ এবং $f^{-1}([10,26])$ নির্ণয় কর।

১৫। $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2x-3}}$ এবং $f:R\to R$ হলে ডোম $f$ এবং রেঞ্জ $f$ এবং $f^{-1}(x)$ নির্ণয় কর।

১৬। $f(x)=\dfrac{x-1}{2x-3}$ এবং $f:R\to R$ হলে ডোম $f$ এবং রেঞ্জ $f$ নির্ণয় কর এবং ফাংশনটি এক-এক কিনা পরীক্ষা কর।

১৭। $f:R\to R$, $f(x)=\sqrt{2x-1}$ হলে ডোম $f$ এবং $f^{-1}(x)$ নির্ণয় কর এবং ফাংশনটি এক-এক কিনা পরীক্ষা কর।

১৮। এক- এক ফাংশন কাকে বলে? $f:R-\{-\frac{1}{2}\}\to R-\{\frac{1}{2}\}$, $f(x)=\dfrac{x-3}{2x+1}$ হলে $f^{-1}(x)$ নির্ণয় কর।

১৯। $f:R\to R$ ফাংশনটি $f(x)=x^2-3x$, যখন $x\geq 2$
$=x+2$, যখন $x<2$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত। $f(-3)$, $f(2)$, $f(4)$ নির্ণয় কর।

১৮। $f:R\to R$ ফাংশনটি $f(x)=x^2+1$, যখন $x\geq 3$
$=5x-4$, যখন $2<x<3$
$=x^3-2$, যখন $x\leq 2$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত। $f(-3)$, $f(3)$, $f(\frac{12}{5})$ নির্ণয় কর।

১৯। ক) ফাংশনের লেখচিত্র আঁক: $f(x)=|2x-3|$

খ) একই অক্ষরেখায় $f(x)=e^x$ ফাংশনের ও তার বিপরীত ফাংশনের লেখচিত্র আঁক।

Bidhan Dutta, Assistant Professor in Mathematics, BEPZA Public College, Ctg.

## ৭ম অধ্যায় : অন্তরীকরণ

### লিমিট ও বিচ্ছিন্নতা:

১। নিচের সীমাগুলোর মান নির্ণয় কর :

ক) $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{x^{3/2}-a^{3/2}}{\sqrt{x}-\sqrt{a}}$ খ) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+2x}-\sqrt{1-3x}}{x}$ গ) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 7x}{3x^2}$

ঘ) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 2x-\cos 3x}{x^2}$ ঙ) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan x-\sin x}{x^3}$ চ) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 7x-\cos 9x}{\cos 3x-\cos 5x}$

ছ) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x(\cos x+\cos 2x)}{\sin x}$ জ) $\lim\limits_{\theta\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\sec^3\theta-\tan^3\theta}{\tan\theta}$ ঝ) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 7x-\sin x}{\sin 6x}$

ঞ) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{1-\sin x}{\cos x}$ ট) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{\sin x}-\dfrac{1}{\tan x}\right)$ ঠ) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3^x-3^{-x}}{3^x+3^{-x}}$ ড) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\sec x-\tan x}{\frac{\pi}{2}-x}$

২। $f(x)=x^2-3x$, যখন $x\geq 2$
$=x+2$, যখন $x<2$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত। $x=2$ বিন্দুতে ফাংশনটির অবিচ্ছিন্নতা যাচাই কর।

৩। $f(x)=x^2+1$, যখন $x\geq 3$
$=5x-4$, যখন $2<x<3$
$=x^3-2$, যখন $x\leq 2$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত। $x=2$ এবং $x=3$ বিন্দুতে ফাংশনটির অবিচ্ছিন্নতা যাচাই কর।

৪। $f(x)=2+(x-\frac{\pi}{2})^2$, যখন $x\geq\frac{\pi}{2}$

Bidhan Dutta, Assistant Professor in Mathematics, BEPZA Public School and College, Ctg.

d_bidhan@yahoo.com ✆ 01819326178

$= \sin x + 1$, যখন $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত। $x = \frac{\pi}{2}$ বিন্দুতে ফাংশনটির অবিচ্ছিন্নতা যাচাই কর।

**☛ মূলনিয়ম:**

১। মূল নিয়মে অন্তরীকরণ কর : $\sin 2x$, $\cos(ax)$, $\tan(3x)$, $e^{mx}$, $a^x$, $\operatorname{cosec}x$, $\ln x$

২। অন্তরক সহগ ($\frac{dy}{dx}$) নির্ণয় কর:

i) $\tan^{-1}\frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}$ ii) $(\sin x)^{\tan x}$ iii) $(\cos x)^y = (\sin y)^x$ iv) $\frac{x^n + \tan x}{e^x - \cot x}$ v) $\frac{x \sin x}{1 + \sin x}$

vi) $2x^n \cos 3x^n$ vii) $(x)^{\ln x}$ viii) $x^y = y^x$ ix) $\frac{e^x + \ln x}{\log_a x}$ x) $\ln(\frac{e^x}{1+e^x})$ xi) $\tan^{-1}\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$

xii) $(\log_a x).\ln x$ xiii) $(x^2+1)\tan^{-1}(e^x)$ xiv) $\ln[x - \sqrt{x^2-1}]$ xv) $x^4 \ln x$ xvi) $e^{\sin(\cos x)}$

xvii) $(\sin^{-1}x)^x$ xviii) $\sqrt{x}^{\sqrt{x}}$ xix) $\sin^{-1}(2ax\sqrt{1-a^2x^2})$ xx) $x^{\frac{1}{x}}$ xxi) $\sin^{-1}\sqrt{xe^x}$

xxii) $\cot^{-1}\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$ xxiii) $\sin^2(\ln(x^2))$ xxiv) $\frac{1+\sin x}{1-\sin x}$ xxv) $\frac{\ln(\cos x)}{\sin x}$ xxvi) $\sqrt{\sin\sqrt{x}}$

xxvii) $\tan^{-1}\frac{2\sqrt{x}}{1-x}$ xxviii) $\frac{\cos x - \cos 2x}{1 - \cos x}$

**☛ পর্যায়ক্রমিক অন্তরীকরণ:**

১। $y = e^{a\sin^{-1}x}$ বা, $\ln y = m\cos^{-1}x$ হলে, দেখাও যে, $(1-x^2)y_2 - xy_1 = a^2y$ বা, $m^2y$

২। $y = \sqrt{4 + 3\sin x}$ হলে দেখাও যে, $2y\,y_2 + 2y_1^2 + y^2 = 4$

৩। $y = \sin(m\sin^{-1}x)$ হলে, দেখাও যে, $(1-x^2)y_2 - xy_1 + m^2y = 0$

৪। $y = (\cos^{-1}x)^2$ হলে দেখাও যে, $(1-x^2)y_2 - xy_1 = 2$

৫। $y = (x + \sqrt{1+x^2})^m$ হলে, প্রমাণ কর যে, $(1+x^2)y_2 + xy_1 - m^2y = 0$

৬। $y = \sec x$ হলে, দেখাও যে, $y_2 = y(2y^2 - 1)$

৭। $y = px^2 + qx^{-\frac{1}{2}}$ হলে, প্রমাণ কর যে, $2x^2\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} - 2y = 0$

৮। $y = e^x \cos x$ হলে দেখাও যে, $y_2 - 2y_1 + 2y = 0$

৯। $y = (p + qx)e^{-2x}$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} + 4y = 0$

১০। $y = \sin(\sin x)$ হলে, দেখাও যে, $y_2 + (\tan x)y_1 + y\cos^2x = 0$

১১। $y = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$ হলে, প্রমাণ কর যে, $2xy_2 + y_1 = 0$

১২। $y = \frac{\ln x}{x}$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{2\ln x - 3}{x^3}$

১৩। $y = e^{\tan^{-1}x}$ হলে, দেখাও যে, $(1+x^2)y_2 + (2x-1)y_1 = 0$

১০

Bidhan Dutta, Assistant Professor in Mathematics, BEPZA Public College, Ctg.

**☛ অন্তরকের প্রয়োগ:**

১। $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ বৃত্তরেখাটি যে সকল বিন্দুতে x- অক্ষকে ছেদ করে সে বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

২। $y = (x-3)^2(x-2)$ বক্ররেখার যে সকল বিন্দুতে স্পর্শক x-অক্ষের সমান্তরাল তাদের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

d_bidhan@yahoo.com ✆ 01819326178

Bidhan Dutta, Assistant Professor in Mathematics, BEPZA Public School and College, Ctg.

# BD's Mathematics Suggestions (H. S. C - 2020)

৩। $x^2 + 2ax + y^2 = 0$/ $x^2 + 4y^2 = 8$/ $y = x^2 + \sqrt{1 - x^2}$ বক্ররেখার যে সকল বিন্দুতে স্পর্শক x -অক্ষের উপর লম্ব তাদের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

৪। a-এর মান কত হলে $y = ax(1 + x)$ বক্ররেখার মূলবিন্দুতে স্পর্শকটি x-অক্ষের সাথে $30^\circ$ কোণ উৎপন্ন করে।

৫। $y = x^3 - 2x^2 + 4$ বক্ররেখার (-1, 1) বিন্দুতে স্পর্শক ও অভিলম্বের সমীকরণ নির্ণয় কর।

৬। $f(x) = x^3 - 3x^2 - 45x + 13$ ফাংশনটির লঘুমান ও গুরুমান নির্ণয় কর।

৭। $f(x) = 2x^3 - 21x^2 + 36x - 20$ ফাংশনটির লঘুমান ও গুরুমান নির্ণয় কর।

৮। দেখাও যে, $4e^x + 9e^{-x}$ এর ক্ষুদ্রতম মান 12

৯। $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ ফাংশনটির লঘুমান বা গুরুমান নির্ণয় কর।

১০। $f(x) = x^3 - 3x^2 + 18x + 15$ ফাংশনটি ক্রমবর্ধমান নাকি ক্রমহ্রাসমান নির্ণয় কর।

১১। কোন কোন ব্যবধিতে $f(x) = 17 - 15x + 9x^2 - x^3$ ফাংশনটি বৃদ্ধি ও হ্রাস পায় তা নির্ণয় কর।

১২। কোন বৃত্তের ব্যাসার্ধ সমহারে বৃদ্ধি পায়। দেখাও যে, তার ক্ষেত্রফল বৃদ্ধির হার ব্যাসার্ধের সমানুপাতিক।

১৩। একটি গতিশীল কণার কোন সরলরেখায় t সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব $s = 63t - 6t^2 - t^3$ দ্বারা প্রকাশিত হয়। 2 সেকেন্ড শেষে তার বেগ এবং কণাটি থামার পূর্বে অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয় কর।

১৪। একটি বস্তুর গতির সমীকরণ $S = t^3 + \frac{1}{t^3}$, দেখাও, এর ত্বরণ সর্বদাই ধনাত্মক এবং t = 10 হলে এর গতিবেগ কত?

## অধ্যায় ঃ সমাকলন

### অনির্দিষ্ট যোগজঃ

১। নিচের যোগজ গুলো নির্ণয় কর।

i) $\int \frac{\sin x}{3 + 4\cos x} dx$ ii) $\int \sqrt{\frac{5 - x}{5 + x}} dx$ iii) $\int e^x(\sec x + \sec x \tan x)dx$ iv) $\int \frac{dx}{x^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{1}{4}}}$

v) $\int \sec^2 x \operatorname{cosec}^2 x\, dx$ vi) $\int \frac{dx}{(x - 3)\sqrt{(x + 1)}}$ vii) $\int \frac{x^3 \tan^{-1} x^4}{1 + x^8} dx$ viii) $\int x \tan^{-1} x dx$

ix) $\int \frac{x^2 dx}{x^6 - 1}$ x) $\int \sin 5x \sin 3x dx$ xi) $\int \frac{(e^x + 1)^2}{\sqrt{e^x}} dx$ xii) $\int e^{2x} \sin x\, dx$

xiii) $\int \sec x\, dx$ xiv) $\int \cos^3 x\, dx$ xv) $\int \frac{xe^x dx}{(x + 1)^2}$ xvi) $\int \sin^{-1} x\, dx$

xvii) $\int \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx$ xviii) $\int \frac{x dx}{(x - 1)(x^2 + 4)}$ xix) $\int \frac{e^{\tan^{-1} x}}{1 + x^2} dx$ xx) $\int \frac{\tan x}{\ln(\cos x)} dx$

xxi) $\int \frac{\tan(\sin^{-1} x)}{\sqrt{1 - x^2}} dx$ xxii) $\int \frac{1}{1 + \sin x} dx$ xxiii) $\int \frac{1}{\sqrt{5 - 4x^2}} dx$ xxiv) $\int \frac{1}{1 + \tan x} dx$

xxv) $\int e^x \cos x dx$ xxvi) $\int \frac{e^x}{1 + e^x} dx$ xxvii) $\int \frac{1}{x(2 + \ln x)} dx$ xxviii) $\int \frac{x^2 - 1}{x^2 + 9} dx$

### নির্দিষ্ট যোগজঃ

১। নিচের নির্দিষ্ট যোগজ গুলোর মান নির্ণয় কর।

i) $\int_1^4 \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$ ii) $\int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{1 + e^x} dx$ iii) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x \cos 3x\, dx$ iv) $\int_0^{\sqrt{3}} x \tan^{-1} x dx$

v) $\int_2^5 \frac{dx}{x^2 - 4x + 13}$ vi) $\int_0^1 2x^3 e^{x^2} dx$ vii) $\int_1^{e^2} \frac{dx}{x(1 + \ln x)^2}$ viii) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 x \sqrt{\sin x} dx$

d_bidhan@yahoo.com ✆ 01819326178

Bidhan Dutta, Assistant Professor in Mathematics, BEPZA Public School and College, Ctg.

# BD's Mathematics Suggestions (H. S. C - 2020)

ix) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1+\sin x} dx$ x) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \, dx$ xi) $\int_0^a \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$ xii) $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{1+\sin^2 x} dx$

xiii) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^3 x}{\sqrt{\sin x}} dx$ xiv) $\int_0^4 \sqrt{16 - x^2} dx$ xv) $\int_0^1 \frac{\sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ xvi) $\int_1^2 x^2 e^{x^3} dx$

xvii) $\int_0^{\ln 2} x e^x dx$ xviii) $\int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{4 - x^2}}$ xix) $\int_0^1 \frac{(\tan^{-1} x)^2}{1+x^2} dx$ xx) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^3 x \sec^2 x \, dx$

xxi) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 x \, dx$ xxii) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{9 - \sin^2 x} dx$ xxiii) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sec^2 x \, e^{\tan x} dx$ xxiv) $\int_2^4 x\sqrt{4 - x} \, dx$

xxv) $\int_1^2 x \, e^{x^2} dx$ xxvi) $\int_0^1 \frac{(1+x)dx}{1+x^2}$

২। (ক) $y^2 = 4x$ পরাবৃত্ত এবং $y = x$ সরলরেখা/ উপকেন্দ্রিক লম্ব দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

খ) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ উপবৃত্ত দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

গ) $x^2 + y^2 = 25$ বৃত্ত এবং $x = 3$ সরলরেখা দ্বারা আবদ্ধ ক্ষুদ্রতর ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

ঘ) $y^2 = 20x$ এবং $x^2 = 16y$ পরাবৃত্ত দুটির আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত?

ঙ) $y = x^2$ পরাবৃত্ত এবং $y - x + 2 = 0$ সরলরেখা দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

চ) $9x^2 + 16y^2 = 144$ বৃত্ত এবং $x = 2$ সরলরেখা দ্বারা আবদ্ধ ক্ষুদ্রতর ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

Bidhan Dutta, Assistant Professor in Mathematics, BEPZA Public College, Ctg.

১২

৭।৩।২০
১ম পত্র(১): ম্যাট্রিক্স ও নির্ণায়ক, সরলরেখা, সংযুক্ত কোণ, অন্তরীকরণ, যোগজীকরণ,

২য় পত্র(২): বৃত্ত, দ্বিপদী বিস্তৃতি, কণিক, স্থিতিবিদ্যা
১১।৩।২০

-৩-

Assistant Professor in Mathematics, BEPZA Public School and College, Ctg.